

שם: _____ כיתה: _____

עבודת קיץ במתמטיקה לבוגרי כיתה ט' – ברמת 5 יח"ל

בתחילת שנת תשפ"ז, תחילת כיתה י' ייערך מבחן במתמטיקה שיכלול את הנושאים שנלמדו במהלך השנה:

משוואות + מערכת משוואות אי שוויונים פירוק לגורמים של ביטויים אלגבריים שברים אלגבריים : כפל וחילוק, חיבור וחסור חוקי חזקות קדם אנליזה - מגרף לתכונות פונקציה ריבועית ייצוגים שונים של מפונקציה ריבועית חיתוך בין ישר ופרבולה חיתוך של שתי פרבולות	תחום אלגברי
משולשים : חפיפת משולשים דמיון משולשים משולש שווה שוקיים משולש ישר זווית מרובעים טרפז מקבילית מלבן דלתון מעוין ריבוע	תחום גיאומטרי

הנחיות להגשת העבודה :

1. חובה להגיש את העבודה. (חלק ד' – אוריינות :משימות רשות)
2. העבודה תוגש בכתב יד קריא, ברור ומסודר.
3. את פתרון העבודה יש להציג לפי סדר השאלות באופן כרונולוגי.
4. יש להציג את כל שלבי הפתרון, הצגת תרגילים, טענה ונימוק וכו'.
5. יש לענות בדפדפת משבצות בלבד, ולהגיש את העבודה בקלסר שקוף ללא ניילונים.
6. יש לכתוב שם וכיתה.
7. העבודה תוגש בשבוע הראשון של שנת תשפ"ז והיא תשוקלל בציוני מחצית א'.

בברכת חופשה נעימה,
צוות מתמטיקה.



חלק א' – טכניקה אלגברית

1. פתרו את המשוואות הבאות:

א.	$\frac{2x+8}{6} - x = \frac{x+10}{3}$
ב.	$\frac{2x}{3} = x - \frac{x+5}{4}$
ג.	$4(x^2+1)+6 = (x+6)^2 - (x+1)(x-1)$
ד.	$\frac{1-2x}{x-4} - \frac{3}{x} = \frac{6-x}{x(x-4)}$
ה.	$\frac{15}{x+2} - \frac{2x-5}{x-2} = \frac{x+7}{x^2-4}$
ו.	$\frac{18}{x^2-16} = \frac{x-3}{2x-8} + \frac{2x-1}{x+4}$
ז.	$\frac{1}{x-3} - \frac{6}{2x^2-18} = \frac{5}{2x+6}$
ח.	$\frac{3x-4}{x-7} = \frac{6}{x^2-6x-7}$

2. נתונה המשוואה: $\frac{x^2-2x-15}{x-5} = 0$

א. האם ייתכן שאחד מפתרונות המשוואה הוא $x=5$? כן / לא.

הקיפו את התשובה הנכונה ונמקו.

ב. פתרו את המשוואה.

3. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

א.	$\begin{cases} y-2x=-2 \\ y=8-3x \end{cases}$	ב.	$\begin{cases} y+x=8 \\ y-4x=3 \end{cases}$	ג.	$\begin{cases} 5(x-7)=4(y-5) \\ y=10x+5 \end{cases}$
----	---	----	---	----	--



4. צלע אחת של מלבן מיוצגת על ידי הביטוי $x+5$, וצלע שנייה של מלבן מיוצגת על ידי הביטוי $x-2$. שטחו של המלבן 60 סמ"ר.

א. כתבו משוואה מתאימה למציאת הערך של x .

ב. האם ייתכן ש $x=1$? כן / לא, הקיפו את התשובה הנכונה ונמקו.

ג. מצאו את מידות המלבן.

5. פשטו את הביטוי האלגברי הבא:
$$\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{b-a}{a}$$

6. a ו- b הם מספרים ממשיים שונים מאפס.

א. הקיפו את הביטויים הזחים:

i. $\frac{\frac{a^2b}{3}}{\frac{ab^2}{6}}$ ii. $\frac{a^2b}{3} : \frac{ab^2}{6}$ iii. $\frac{a^2b}{3} \cdot \frac{ab^2}{6}$ iv. $\frac{a^2b}{3} \cdot \frac{6}{ab^2}$

ב. פשטו את הביטוי האלגברי הבא:
$$\frac{\frac{a^2b}{3}}{\frac{ab^2}{6}}$$

7. נתון ש- $x=6$ הוא אחד הפתרונות של המשוואה $x^2 - 2x + a = 0$. למשוואה יש שני פתרונות. מהו הפתרון השני?

8. נתון אי השוויון $\frac{(2x-1)^2}{-4} < 9$

סמנו את אי השוויון השקול לאי השוויון הנתון:

i. $\frac{-(2x-1)^2}{4} > 9$

ii. $\frac{-(2x-1)^2}{4} < 9$

iii. $\frac{-(2x-1)^2}{-4} < 9$

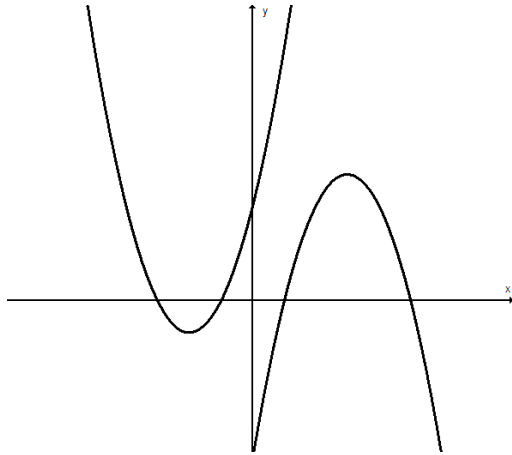
iv. $\frac{(2x-1)^2}{4} > 9$

9. א. מהם הפתרונות של המשוואה $x^2 = 289$

ב. מהם פתרונות של האי שוויון $x^2 < 289$



חלק ב' – פונקציות וקדם אנליזה



1. נתונות שתי פונקציות ריבועיות:

$$f(x) = -(x - 3)^2 + 4$$

$$g(x) = (x + 2)^2 - 1$$

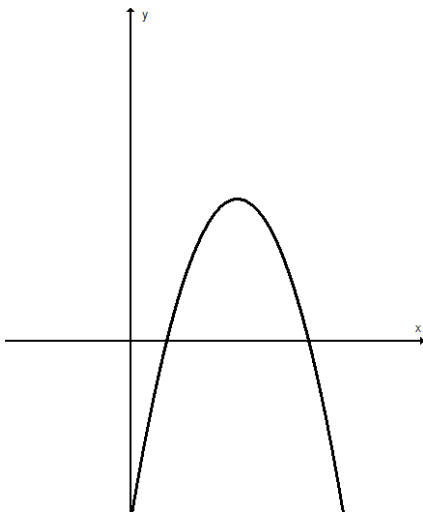
א. חשבו את המרחק בין שתי נקודות החיתוך של

הפונקציות עם ציר ה- y .

ב. כתבו את משוואת הישר המחבר את הקודקודים של

שתי הפונקציות.

ג. רשמו את התחום שבו פונקציה $f(x)$ יורדת ושליטית.



2. נתונה הפונקציה: $f(x) = -(x - 3)^2 + 4$

א. כתבו משוואה של פונקציה קבועה שחותכת את גרף הפונקציה

$f(x)$ בשתי נקודות.

ב. מצאו את שתי נקודות החיתוך של הפונקציה

הריבועית והפונקציה הקבועה.

ג. כתבו את התחום בו $f(x)$ גדולה מהפונקציה הקבועה.

ד. כתבו משוואה של פונקציה קווית עולה העוברת דרך

נקודת חיתוך של $f(x)$ עם ציר x ודרך קודקוד הפרבולה.

"הרגע בו אתה מפקפק ביכולת שלך לעוף,
הוא הרגע בו אתה מאבד לנצח את היכולת לעשות את זה"
(פיטר פן)





3. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$

א. חשבו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה.

ב. מצאו את $f(2\frac{1}{4}) = \underline{\hspace{2cm}}$. כתבו את התשובה כזוג סדור.

ג. נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x נמצאות: (בחרו את התשובה הנכונה)

i. בחלק החיובי של ציר x

ii. נקודה אחת בראשית הצירים והשנייה בחלק החיובי של הציר

iii. נקודה אחת בחלק החיובי של ציר x ונקודה אחת בחלק השלילי של הציר

iv. בחלק השלילי של ציר x

ד. הפונקציה הקווית העוברת דרך נקודת החיתוך של $f(x)$ עם ציר ה- y ואחת

מנקודת החיתוך עם ציר ה- x היא:

i. פונקציה עולה ii. פונקציה יורדת

iii. פונקציה קבועה iv. אי אפשר לדעת

נמקו.

4. לפניכם גרפים של שתי פרבולות.

א. איזה זוג מבין זוגות הפונקציות הבאים יכול להיות

הזוג שהפרבולות הנ"ל הן הגרפים שלו?

נמקו את בחירתכם.

i. $y = -x^2 - 3x$, $y = x^2 - 2x + 1$

ii. $y = x^2 + 3$, $y = -(x + 2)^2 - 2$

iii. $y = -x^2 - 2$, $y = (x - 4)^2 + 4$

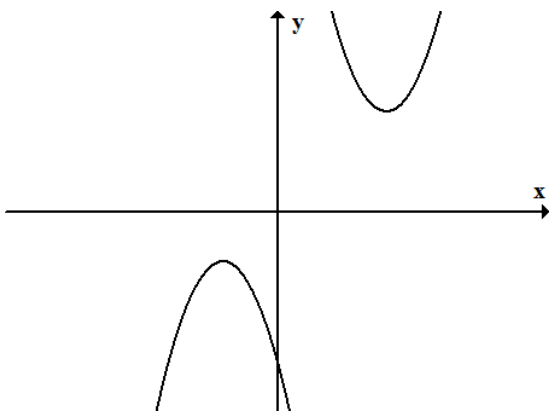
iv. $y = (x - 4)^2 + 4$, $y = -(x + 2)^2 - 2$

ב. חברו בקו את נקודות הקיצון של הפרבולות

וכתבו את משוואת הישר שמתקבל. הציגו את דרך הפתרון.

ג. היעזרו במשפט פיתגורס וחשבו את אורך הקטע המחבר את קודקודי הפרבולות,

הציגו את דרך החישוב.



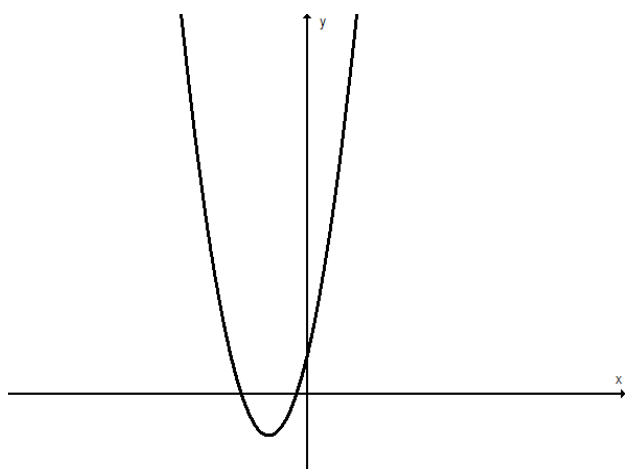


5. נתונות הפונקציות $y = mx + 5$ ו- $y = a(x - 2)^2 - 3$.

א. נתון שגרף הפונקציה הקווית עובר דרך הקודקוד של הפונקציה הריבועית. מצאו את הערך של m .

ב. נתון שגרף הפונקציה הריבועית עובר דרך נקודת החיתוך של הפונקציה הקווית עם ציר ה- y . מצאו את הערך של a .

ג. לאילו ערכי a , לפונקציה הריבועית לא יהיו נקודות חיתוך עם ציר ה- x ?



6. נתונות הפונקציות הריבועיות:

$$f(x) = 2(x + 1)^2 - 1 \quad \text{ו-} \quad g(x) = f(x) + 3$$

ומשורטט הגרף של $f(x)$.

א. מהם שיעורי הקודקוד של הפונקציה $g(x)$?

ב. חשבו את $g(-2)$.

ג. הקיפו את הטענות המתארות את

הקשר בין $f(x)$ ל- $g(x)$:

i. ציר הסימטריה של שתי הפונקציות שונה.

ii. הגרפים של הפונקציות חותכים את ציר ה- y

בחלקו החיובי.

iii. רק לפונקציה אחת יש נקודות חיתוך עם ציר x .

iv. רק לאחת הפונקציות יש נקודת מינימום.

v. $g(x) > f(x)$ לכל x .

ד. כתבו משוואת ישר העובר דרך שתי נקודות הקיצון של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

7. נתונות הפונקציות: $f(x) = (x - 3)^2 - 5$, $g(x) = 2x^2 - 3x$.

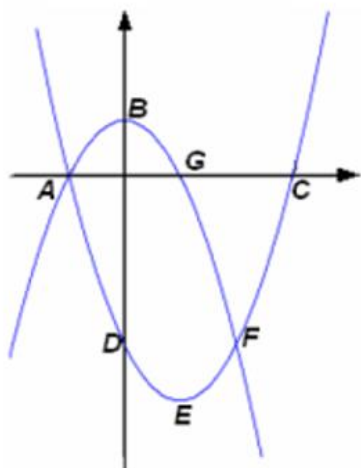
ענו על הסעיפים הבאים ונמקו כל סעיף:

א. האם לגרף פונקציה $m(x) = (x - 3)^2 + 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?

ב. האם לגרף הפונקציה $t(x) = 2x^2 + 3x$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $g(x)$?

ג. האם לגרף הפונקציה $p(x) = -(x - 3)^2 - 5$ יש נקודות חיתוך עם גרף הפונקציה $f(x)$?

ד. חשבו את ערכי x עבורם $f(x) = g(x)$.



8. בשרטוט גרפים של שתי פונקציות.

$$g(x) = -x^2 + 1 \quad f(x) = x^2 - 2x - 3$$

א. מצאו את שיעורי הנקודות A, G, F, E, D, C, B.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות.

ג. מצאו את התחום בו מתקיים $f(x) > g(x)$.

ד. מצאו את התחום בו הפונקציה $g(x)$ חיובית.

ה. חשבו והשלימו: $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ $g(\underline{\hspace{2cm}}) = -1$

9. נתונה הפונקציה $f(x) = (x - 2)^2 - 9$.

א. הנקודה (6,7) נמצאת על גרף הפונקציה.

מהי הנקודה הסימטרית לה ביחס לציר הסימטריה של הפרבולה?

ב. מהו תחום העלייה של הפונקציה?

ג. מהו התחום שבו הפונקציה חיובית?

ד. חשבו את שטח המשולש שקודקודיו בנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר x ובנקודת

הקודקוד. הציגו את דרך החישוב. אפשר להיעזר בסקיצה של גרף הפונקציה.

ה. רשמו דוגמה לערך של הפרמטר m כך שתתקבל פונקציה ריבועית שאין לה נקודות

חיתוך עם ציר x. $y = -(x - 2)^2 + m$ $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

נימוק:

10. נתונה משפחת הפונקציות $f(x) = ax^2 + bx + 5$.

א. מה משותף לכל הפונקציות מהמשפחה?

ב. ידוע ש- $a > 0$ ו- $b < 0$. איזו טענה מהטענות הבאות אינה נכונה בהכרח:

i. ציר הסימטריה של גרף הפונקציה עובר ברביעים הראשון והרביעי

ii. לגרף הפונקציה יש שתי נקודות חיתוך עם ציר x

iii. קיימת נקודה על גרף הפונקציה ברביע הראשון שערך ה- y שלה הוא 5

iv. לפונקציה נקודת מינימום

ג. נתונות שתי פונקציות מהמשפחה $f(x) = ax^2 + bx + 5$. באחת $a > 0$ ו- $b < 0$

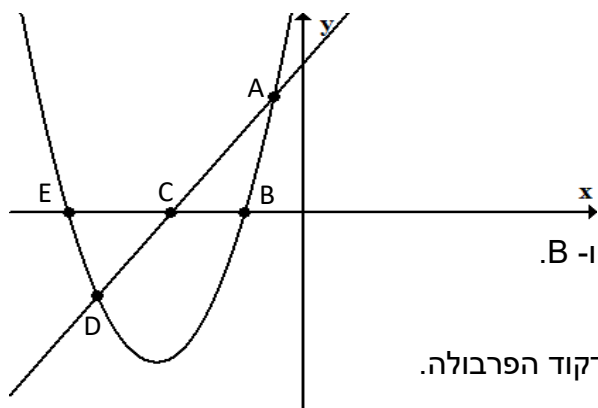
ובשנייה $a < 0$ ו- $b > 0$, כמו כן ידוע שהערכים של a בשתי הפונקציות ושל b בשתי

הפונקציות נגדיים זה לזה.

מה משותף לשתי הפונקציות ומה שונה ביניהן?



11. נתונות הפונקציות $f(x) = x^2 + 10x + 16$, $g(x) = 2x + 9$.



הגרפים של הפונקציות משורטטים.

א. שרטטו את משולש ABC וחשבו את שטחו.

ב. שרטטו את משולש DEC וחשבו את שטחו.

ג. חשבו את שטח המרובע ABDE.

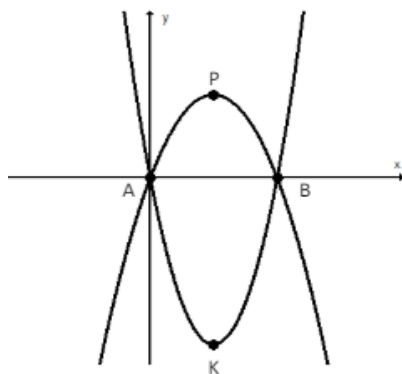
ד. מצאו את משוואת הקו הישר העובר דרך הנקודות D ו-B.

ה. רשמו את הפונקציה $f(x)$ כייצוג מכפלה.

ו. רשמו משוואת ישר המקביל לישר $g(x)$ ועובר דרך קודקוד הפרבולה.

ז. רשמו את התחום שבו $f(x) < g(x)$.

ח. רשמו את התחום שבו הפרבולה שלילית ויורדת.



12. בשרטוט הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 8$$

$$g(x) = -x^2 + 4x$$

הנקודות K ו-P הן הקודקודים של הפרבולות.

א. חשבו את שיעורי הנקודה B.

ב. חשבו את המרחק בין הנקודות P ו-B.

ג. לפניכם מספר טענות, ענו נכון / לא נכון

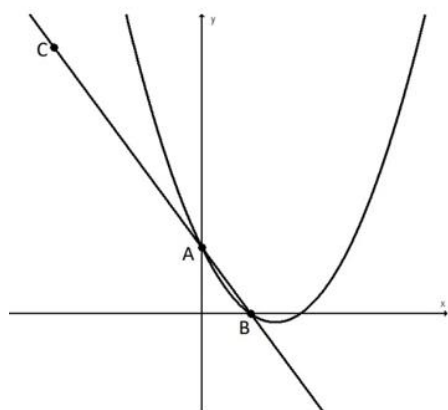
טענה	נכון / לא נכון
$f(-2) = 8$	
המרובע שקודקודיו הם הנקודות A, B, P, K הוא דלתון.	
קיים תחום בו $f(x) > g(x)$	
קיימת פונקציה קווית קבועה שאינה חותכת אף אחד מהגרפים.	



13. נתונות שתי פונקציות

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$g(x) = -2x + 2$$



א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של שתי הפונקציות.

ב. רשמו את התחום שבו מתקיים $f(x) > g(x)$.

ג. נתון: הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$, שיעור ה-x של הנקודה C הוא -3.

חשבו את אורך הקטע BC. (רשמו 2 ספרות לאחר הנקודה העשרונית)

ד. כתבו משוואת קו ישר שהגרף שלו אינו חותך את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

14. לפניכם הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = (x - b)(x + 3) \text{ ו- } g(x) = x + 3$$

נתון: ציר הסימטריה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x = -1$.

א. מצאו את ערכו של הפרמטר b ורשמו את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות B, D ו-C.

ג. רשמו את התחום שבו מתקיים $f(x) > g(x)$.

ד. ציר הסימטריה חותך את הפונקציה $g(x)$ בנקודה A ואת ציר ה-x בנקודה F (ראו שרטוט).

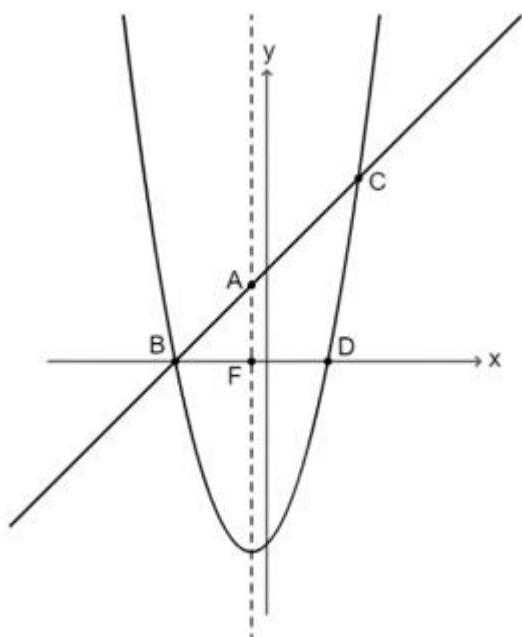
(1) האם המשולש ABF הוא שווה שוקיים? נמקו קביעתכם.

(2) האם המשולש BAD הוא שווה שוקיים? נמקו קביעתכם.

ה. הנקודה P נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ והנקודה R

נמצאת על ציר הסימטריה כך ש: $\triangle ARP \cong \triangle AFB$.

מצאו את שיעורי הנקודות P ו-R.





15. נתונה הפונקציה הריבועית $f(x)$. לפרבולה יש נקודת מקסימום.
 גרף הפרבולה עובר דרך הנקודות: $A(-5,0)$, $B(11,0)$.
 M קודקוד הפרבולה. שטח המשולש ABM הוא 512 יח"ר.
 א. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה M .
 ב. מצאו את הפרמטר a (המקדם של x^2).
 ג. רשמו ייצוג אלגברי של הפונקציה מהצורה $f(x) = a(x - p)^2 + k$ ושרטטו סקיצה של הפונקציה.
 ד. רשמו את התחום בו הפונקציה שלילית ויורדת.
 ה. מקודקוד הפרבולה הורידו אנך לציר ה- x , החותך את ציר x בנקודה F .
 E ראשית הצירים. C נקודת חיתוך עם ציר y . מצאו את שטח הטרפז $EFMC$.
 ו. מצאו שיעורי נקודה D הסימטרית לנקודה C . סמנו אותה בגרף.
 ז. חשבו את שטח משולש CDB .
 ח. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.
 א. שרטטו את הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.
 א. ענת אמרה: "לשתי הפונקציות תחום עלייה משותף".
 יוסי אמר: "יש להן אותו ציר סימטריה ואותן נקודות אפס, אך אין להם תחום עלייה משותף".
 מי צדק? נמקו

16. נתונה הפונקציה הריבועית $f(x)$. ידוע שהפונקציה עולה וחיובית בתחום $-8 < x < -6$.
 הערך המקסימלי של הפונקציה הוא 8.
 א. מצאו את הפרמטר a (המקדם של x^2).
 ב. רשמו את הפונקציה בייצוג: $f(x) = a(x - p)^2 + k$.
 ג. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה וסמנו אותן ב- A, B ($x_A < x_B$).
 ד. מצאו את שיעורי נקודת קודקוד הפרבולה M .
 ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה וסמנו את הנקודות בגרף.
 ו. רשמו נקודה E , הנמצאת בתחום שבו הפונקציה יורדת שלילית. מצאו נקודה F הסימטרית לה.
 ז. חשבו את שטח משולש MEF .
 ח. חשבו את שטח טרפז $ABEF$.
 ט. רשמו פונקציה ריבועית $g(x)$ שיש לה נקודת מפגש אחת עם הפונקציה הנתונה. שרטטו סקיצה שלה באותה מערכת צירים.
 י. רשמו משוואות פונקציה ריבועית שהערך המינימלי שלה הוא נקודה A . שרטטו את גרף הפונקציה הזו אותה מערכת צירים.



17. נתונה פונקציה ריבועית $f(x)$ שהערך המקסימלי שלה 16. הנקודות $M(6,-9)$ $N(-14,-9)$ נמצאות על גרף הפונקציה.

א. מצאו את הפרמטר a (המקדם של x^2), ורשמו את הפונקציה בייצוג קודקודי

$$f(x) = a(x - p)^2 + k$$

ב. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה. סמנו אותן ב- A, B . $(x_A < x_B)$

ג. שרטטו סקיצה של הפונקציה וסמנו את הנקודות בגרף.

ד. מצאו את שטח הטרפז $ABMN$.

ה. בכל סעיף, רשמו דוגמה לפונקציה המקיימת את התנאי:

I. פונקציה קווית שיש לה 2 נקודות חיתוך עם הפונקציה $f(x)$.

II. פונקציה ריבועית שיש לה נקודת חיתוך אחת עם הפונקציה $f(x)$.

III. פונקציה ריבועית שקודקודה נמצא בנקודת חיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר x .

18. נתונה פונקציה ריבועית $f(x)$.

הנקודה $A(-12,0)$ נמצאת על הפונקציה. ציר הסימטריה חותך את ציר ה- x במרחק 2 יחידות מימין לנקודה A .

הישר $y = -4$ חותך את הפרבולה בנקודה אחת.

א. רשמו ייצוג אלגברי של הפונקציה מהצורה $f(x) = a(x - p)^2 + k$

ושרטטו סקיצה של הפונקציה.

ב. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה וסמנו אותן ב- A, B . $(x_A < x_B)$

ג. מצאו משוואת ישר העובר בקודקוד הפרבולה ובנקודת החיתוך עם ציר y .

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 5$

I. כתבו את משוואת הפונקציה $g(x)$.

II. שרטטו באותה מערכת צירים את הפונקציה $g(x)$ ומצאו את שיעורי נקודת הקודקוד שלה.

III. עבור אילו ערכים של x מתקיים $g(x) < 0$?

ה. גרף הפונקציה $h(x)$ התקבל ע"י הזזה אופקית של הפרבולה $f(x)$ ב- 12 יחידות ימינה.

I. כתבו את משוואת הפונקציה $h(x)$.

II. שרטטו באותה מערכת צירים את הפונקציה $h(x)$ ורשמו את שיעורי הקודקוד שלה.

III. עבור אילו ערכים של x הפונקציה $h(x)$ יורדת וחיובית?



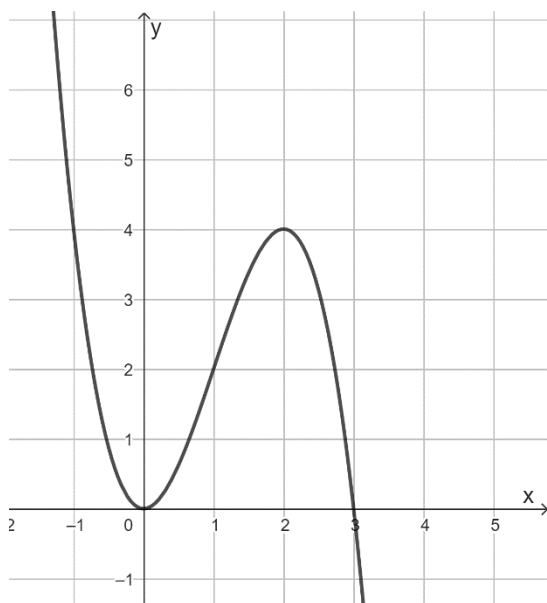
שימו
כדאי לשרטט גרף עם סקיצה של הפרבולה, גם אם לא התבקשתם.
בהינתן משוואת הפונקציה ניתן להיעזר ב**דסמוס**.



19. נתונה פונקציה ריבועית וידוע שפונקציה שלילית בתחום $-8 < x < 2$.
- הישר $y = -25$ חותך את הפונקציה בנקודה אחת.
- א. רשמו את נקודות האפס של הפונקציה, סמנו אותן באותיות A, B . $(xA < xB)$.
- ב. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה, סמנו את הקודקוד באות P .
- ג. מצאו את הפרמטר a (המקדם של x^2).
- ד. רשמו את משוואת הפונקציה $f(x)$ בצורה $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה סמנו את הנקודות הנתונות בגרף.
- ו. על הפרבולה, נתונה הנקודה N ששיעור ה- x שלה -10 , הנקודה M נמצאת על הפרבולה, הישר NM מקביל לציר ה- x . מצאו את שיעורי הנקודות M, N .
- ז. מצאו את שטח הטרפז $ABMN$.
- ח. מצאו משוואת ישר העובר בנקודות MB .
- ט. באיזה תחום הפרבולה יורדת וחיובית?
- י. רשמו אפשרות לפונקציה ריבועית $g(x)$ שקודקוד הפרבולה שלה הוא הנקודה B .
- יא. נתונה הפונקציה $h(x) = 2f(x) + 4$. כתבו טענה נכונה המתאימה לשתי הפונקציות.

"הסודות הנפלאים ביותר,
תמיד חבויים במקומות הכי פחות הגיוניים"
(ווילי ונקה, ציארלי בממלכת השוקולד)





20. נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x .

א. השלימו: $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

ב. רשמו את הפתרונות למשוואה $f(x) = 4$.

ג. רשמו את התחום שבו $f(x) > 0$.

ד. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה $f(x)$.

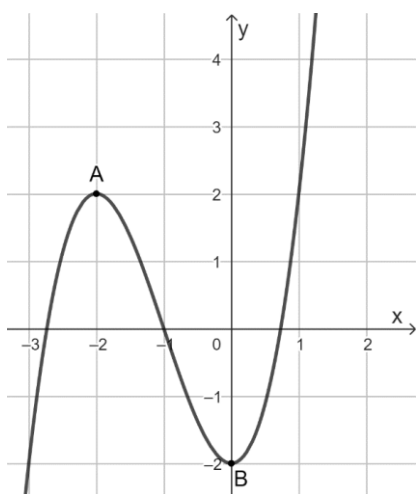
ה. רשמו את תחומי העלייה של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + 2$.

ו. (1) רשמו את נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

וקבעו את סוגן.

(2) סרטטו סקיצה של הפונקציה $g(x)$.



21. נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x . הנקודות A ו-B מסומנות

על גרף הפונקציה.

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

ב. נקודה C נמצאת ברביע הראשון ומקיימת $f(x) = 2$.

מצאו את שיעורי הנקודה C.

ג. דרך הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-x וחותר את הפונקציה

$f(x)$ בנקודה D.

מצאו את שיעורי הנקודה D.

ד. קבעו מהו סוג המרובע ACBD. נמקו.

ה. נתונה הפונקציה $g(x) = 5 + f(x)$. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.



22. לפניכם רשימה של ארבע פונקציות.

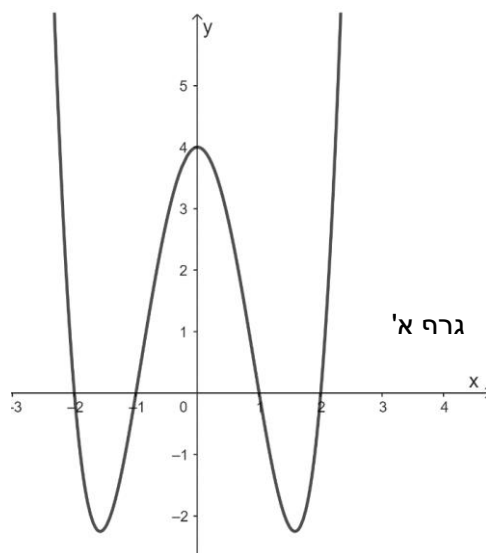
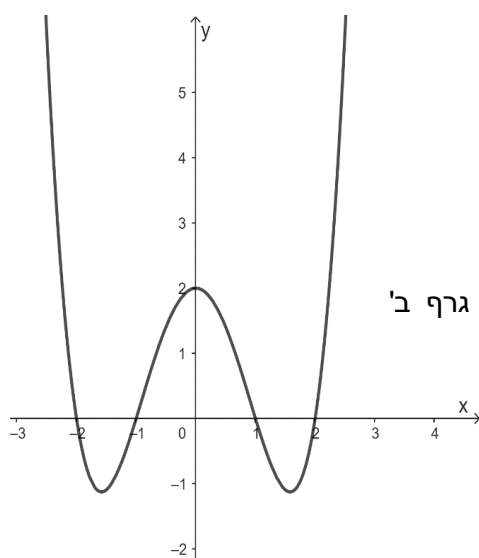
איזו פונקציה מתאימה לגרף א' ואיזו מתאימה לגרף ב'? נמקו את בחירתכם.

$$f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 1)(x^2 - 4)$$

$$g(x) = (x - 1)(x + 1)(x - 4)$$

$$m(x) = (x^2 - 1) + 4$$

$$h(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$$





שאלות קצרות

1. $f(x)$ היא פונקציה ריבועית. נתון: $f(1) = f(-4)$. רשמו את משוואת ציר הסימטריה.

2. נתונות שתי פונקציות: $f(x) = (x - 3)^2 - 2$, $g(x) = (x + 5)^2 + 4$.

מהן ההזזות שנעשו מ- $f(x)$ לקבלת $g(x)$?

3. נתונה הפונקציות: $f(x) = (x + 2)^2 + 5$, $g(x) = f(x) + c$.

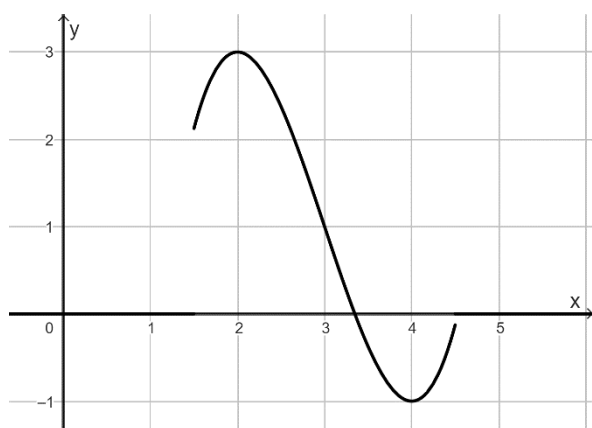
מצאו את ערכו של c שעבורו לפונקציה $g(x)$ יש נקודה חיתוך אחת עם ציר ה- x .

4. נתונות הפונקציות $f(x) = (x + 1)^2$, $g(x) = f(x + c)$.

מצאו את ערכו של c שעבורו ציר הסימטריה של הפונקציה $g(x)$ הינו $x = 1$.

5. נתונה הפונקציה $y = x^2 + bx + c$. קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה $(5, 9)$.

מצאו את ערכם של b ו- c .



6. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$

בתחום $1.5 < x < 4.5$ (ראו סרטוט).

נתון: $g(x) = f(x) + k$.

מצאו את ערכי k שעבורם גרף הפונקציה $g(x)$ אינו

חותך את ציר ה- x .

"מעולם לא ניסיתי לעשות את זה בעבר,

אז אני חושבת שלא ספק אצליח"

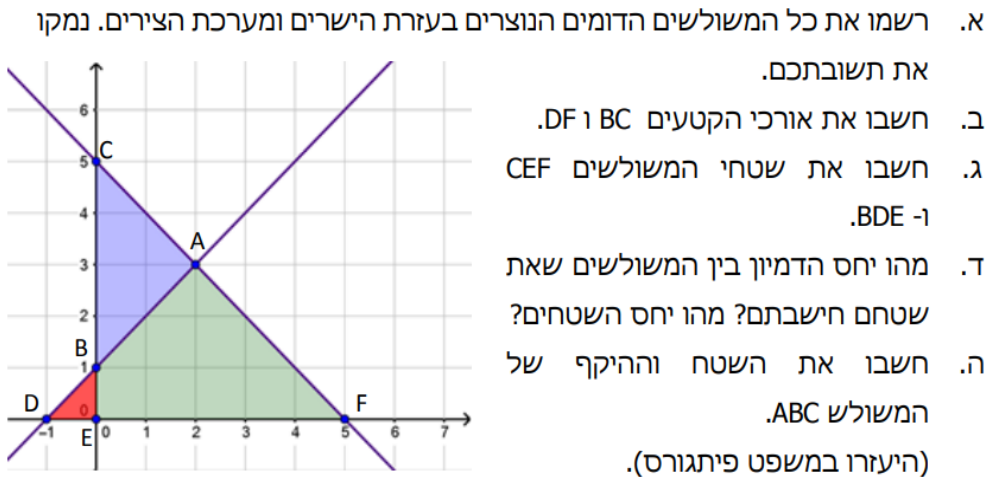
(בילבי)





חלק ג' – גיאומטריה

1. נתונים הישרים $y = -x + 5$, $y = x + 1$. הישרים מאונכים זה לזה.



השאלה מתוך קובץ של [מרכז המורים הארצי – מתמטיקה על יסודי](#)

2. שיעורי הקודקודים במרובע ABCD הם:

$$A(0,4), B(3,-2), C(7,0), D(4,6)$$

א. הסבירו מדוע המרובע ABCD הוא מקבילית.

ב. נתון גם: $\angle D = 90^\circ$

הסבירו מדוע מרובע ABCD הוא מלבן.

ג. הצלע AB חותכת את ציר ה-x בנקודה E

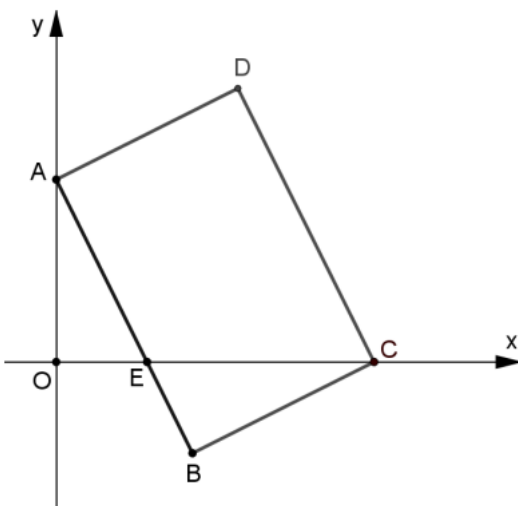
הנקודה O היא ראשית הצירים (ראו ציור).

מצאו את משוואת הישר AB.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה E.

ה. הוכיחו שהמשולשים AOE ו CBE דומים.

ו. חשבו את שטח המשולש AOE.





3.

במשולש EDF הקטע DB הוא תיכון לצלע EF.

הנקודות A ו-C נמצאות על הצלעות DE ו-DF בהתאמה.

נתון כי המרובע ABCD הוא מלבן.

א. מצאו משולשים דומים בשרטוט. נמקו.

ב. הוכיחו כי המשולשים EDB ו-FBD הם משולשים

שווי שוקיים.

ב. האם הטענות הבאות נכונות? נמקו את תשובותיכם בדרכים

שונות.

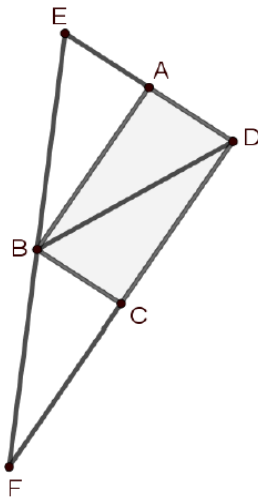
$$S_{\triangle DBC} = S_{\triangle BCF} \quad (1)$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle BCF} \quad (2)$$

$$S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABE} \quad (3)$$

ג. נתון כי שטח המשולש EDF היא S. הביעו באמצעות S את

שטח המלבן ABCD. הסבירו.



4. *

במלבן ABCD מחלק האלכסון AC את הזווית DCB ביחס של $\alpha : \beta = 1 : 2$

הנקודה M היא על המשך DB כך שהזווית $\angle BCM = \alpha$

א. חשבו את α

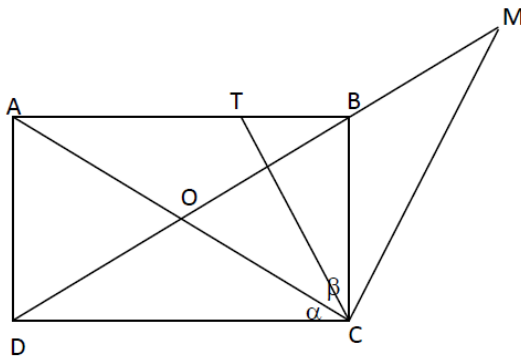
ב. הוכיחו כי $DM = 3BC$

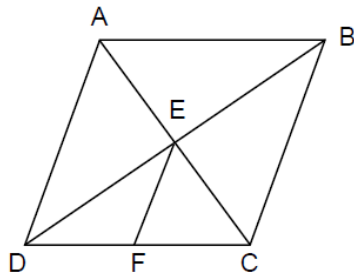
ג. עוד נתון שהזווית $\angle BCT = \alpha$

הוכיחו:

א. משולש ATC הוא משולש שווה שוקיים

ד. $AT = 2TB$





5. המרובע ABCD מעוין. E נקודת מפגש האלכסונים.

EF תיכון לצלע CD.

א. הוכיחו: המרובע EBCF טרפז.

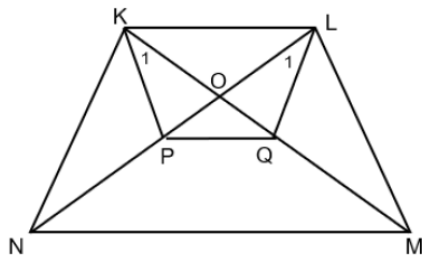
ב. נתון: $AC = 6$ ס"מ, $BD = 8$ ס"מ.

א. חשבו את שטח המעוין, הציגו את דרך החישוב.

א. חשבו את היקף המעוין, הציגו את דרך החישוב.

א. חשבו את היקף הטרפז הוא (סמנו את התשובה הנכונה): נמקו.

א. 10 ס"מ ב. 14 ס"מ ג. 24 ס"מ ד. 28 ס"מ



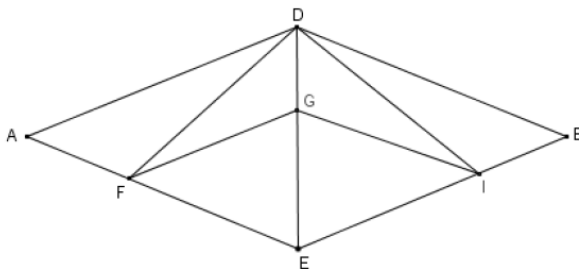
6. המרובע KLMN הוא טרפז שווה שוקיים ($KN = LM$)

נתון: הנקודות P, Q הן על האלכסונים LN, KM בהתאמה.

$PQ \parallel MN$

$\angle L_1 = \angle K_1$

הוכיחו: טרפז KLQP שווה שוקיים.



7. המרובע ADBE הוא מעוין.

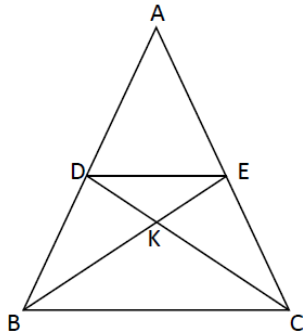
הנקודה G על האלכסון.

$GF \parallel AD$, $GI \parallel DB$

הוכיחו:

א. המרובע FDIE הוא דלתון

ב. המרובע FGIE הוא מעוין



8. משולש ABC משולש שווה שוקיים. ($AB = AC$)

$DE \parallel BC$. CD תיכון לשוק AB.

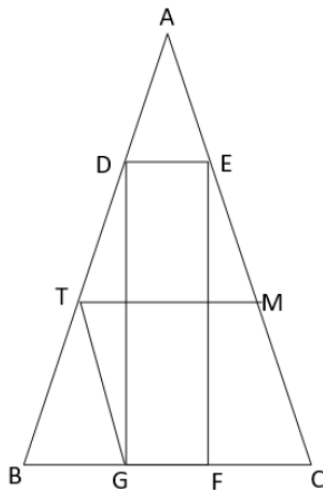
א. הוכיחו: E אמצע AC

ב. הסבירו מדוע: $\triangle DKE \sim \triangle CKB$

ג. חשבו פי כמה גדול היקף משולש CKB מהיקף משולש DKE.

ד. נתון כי שטח המשולש DKB שווה ל S. הביעו באמצעות S

את שטח המשולש ABC. נמקו איך חיבתם.



9. משולש ABC שווה שוקיים ($AB = AC$)

המרובע DEFG הוא מלבן חסום במשולש.

$AD : DB = 1 : 2$

GT תיכון לצלע BD במשולש GBD

$TM \parallel BC$

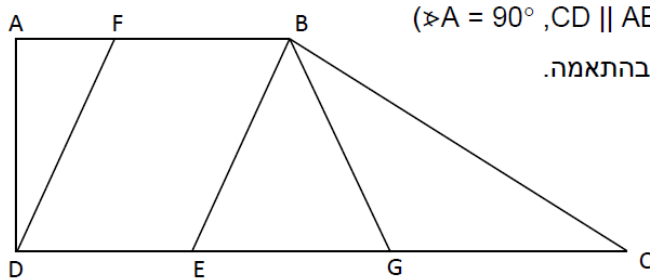
א. מצאו בשרטוט משולשים שווה שוקיים. נמקו.

ב. האם המשולשים שמצאתם דומים? נמקו.

ג. הסבירו מדוע $AE = EM = MC$

ד. הוכיחו: $\triangle ADE \cong \triangle TBG$

ה. הוכיחו: $BG = GF = FC$



10. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle A = 90^\circ$, $CD \parallel AB$)

E ו-F הן נקודות על הצלעות DC ו-AB בהתאמה.

נתון: $DF \parallel EB$

$EB \perp BC$

הנקודה G היא אמצע הקטע EC

הוכיחו:

א. $\triangle AFD \sim \triangle BEC$

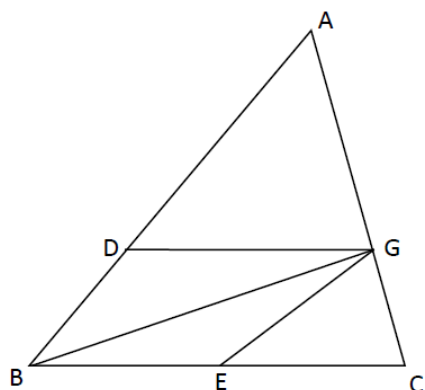
ב. BE חוצה זווית ABG

ג. עוד נתון: $\angle C = 30^\circ$

הוכיחו: המרובע FBGD טרפז שווה שוקיים.



11.



במשולש ABC , $BG \perp AC$

GE תיכון לצלע BC במשולש BGC

D נקודה על AB כך שמתקיים $\angle DGB = \angle EGB$

הוכיחו:

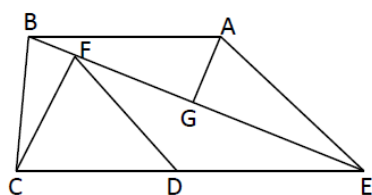
א. $DG \parallel BC$

ב. $\triangle ADG \sim \triangle ABC$

ג. הסבירו מדוע לא יתכן שמרובע $DGEB$ הוא מקבילית

שאינה מעוין.

12.



(מעובד משאלה 4 שאלון 806, קיץ 2016)

נתון טרפז $ABCE$ ($AB \parallel EC$)

EB חוצה זווית CEA

הנקודה G באמצע האלכסון BE

א. הוכיחו: $AG \perp BE$

ב. עוד נתון: הנקודה D היא אמצע הקטע CE

והנקודה F נמצאת על האלכסון BE כך ש $CF \perp BE$, $EA = 4a$, $ED = 3a$

הוכיחו כי $\triangle EAB \sim \triangle EDF$

ג. נתון כי שטח המשולש EAB הוא S הביעו באמצעות S את שטחי המשולשים EDF ו- CEF

13.

מרובע $ABCD$ הוא מלבן.

נתון:

E על המשך AD כך ש: $AK = AE$

F היא נקודת חיתוך של EC ו- AB

על הקטע EC מונחת הנקודה G כך ש:

$EF = FG = GC$

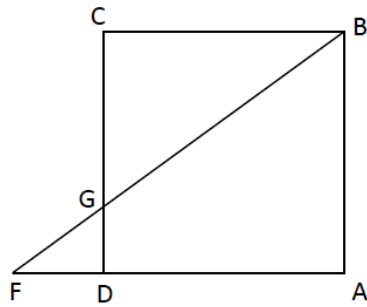
הוכיחו:

א. $\triangle EAF \sim \triangle CBF$

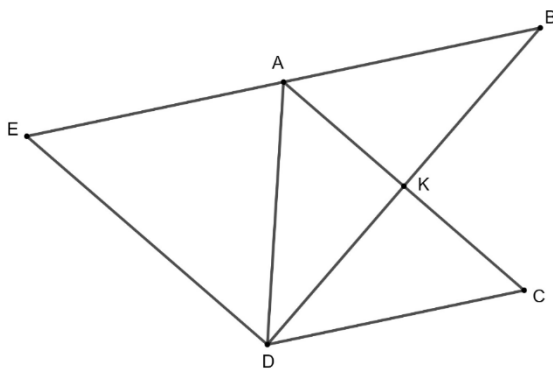
ב. משולש EFK משולש שווה שוקיים

ג. מרובע $FBGK$ מקבילית

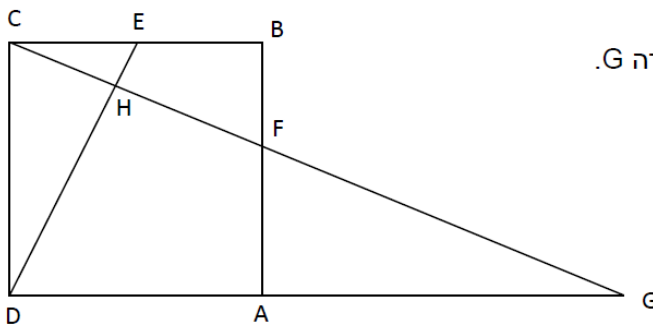
*ד. נתון: $BC = 8$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ. חשבו את שטח המקבילית $FBGK$.



14. המרובע ABCD הוא ריבוע.
 הנקודה G מונחת על הצלע DC כך ש: $GC = 3DG$
 הנקודה F על המשך הצלע AD.
 א. הוכיחו כי $AD = 3FD$
 ב. ידוע כי שטח המשולש FGD הוא 6 סמ"ר.
 ב1. חשבו את שטח המשולש BCG
 ב2. חשבו את שטח הריבוע ABCD



15. DK הוא תיכון לצלע AC במשולש ADC
 הנקודה B נמצאת על המשך DK כך ש $DK = BK$
 א. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מקבילית
 ב. נתון עוד: הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB ומתקיים $EA = AB$
 הוכיחו כי $KC = 0.5ED$
 ג. נתון כי $\angle EDB = 90^\circ$
 הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מעוין
 ד. הוסיפו נתון כך שמשולש ACD יהיה משולש שווה צלעות.



16. ABCD ריבוע. הנקודות E, F הן נקודות על הצלעות AB, CB בהתאמה.

H היא נקודת החיתוך של DE ו-CF
 המשך CF נחתך עם המשך AD בנקודה G.

א. נתון: $CE = BF$

הוכיחו כי $\triangle CEH \sim \triangle GFA$

ב. נתון: $FA = 1.5BF$

1. חשבו את היחס $\frac{AG}{DA}$

2. חשבו את היחס $\frac{AG}{BF}$



17. כיצד ניתן להוכיח שמרובע הוא דלתון?

סמנו את כל האפשרויות הנכונות, וצטטו את המשפטים המתאמים.

- i. זוג צלעות מקבילות, וזוג שני לא.
 - ii. אלכסונים מאונכים זה לזה.
 - iii. שתי זוגות של צלעות סמוכות שוות.
 - iv. אלכסונים מאונכים זה לזה, ואחד האלכסונים חוצה את השני.
- ב. כיצד ניתן להוכיח שמרובע הוא מעוין?

סמנו את כל האפשרויות הנכונות, וצטטו את המשפטים המתאמים.

- i. שתי זוגות צלעות נגדיות מקבילות.
- ii. אלכסונים מאונכים זה לזה.
- iii. כל הצלעות שוות.
- iv. זוג צלעות נגדיות, מקבילות ושוות, ובנוסף האלכסונים מאונכים זה לזה.

ג. בשרטוט שלפניכם נתון משולש $\triangle ABC$ ישר זווית

$$(\sphericalangle B = 90^\circ).$$

D היא נקודה על BC כך שמתקיים:

$$BD = 3$$

$$AB = 4, BC = 8$$

הוכיחו שמשולש $\triangle ADC$ שווה שוקיים.

ד. הנקודה P נמצאת על המשך הקטע DE ,

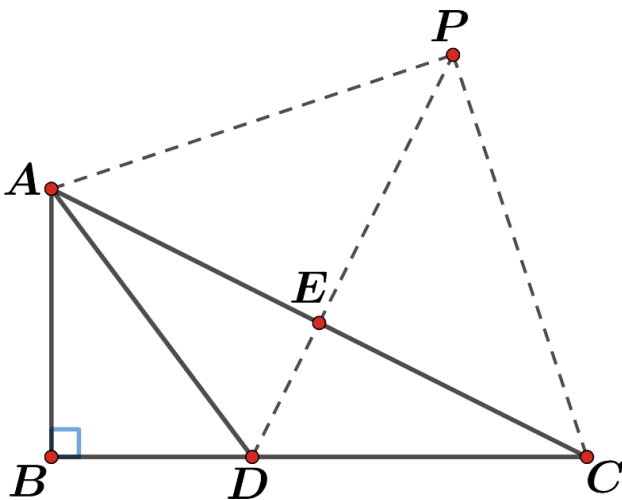
כך שנוצר מרובע $ADCP$. (ראו בשרטוט).

איזה מרובע יכול להיות $ADCP$?

סמנו את כל האפשרויות.

- i. דלתון.
- ii. מלבן.
- iii. מעוין.
- iv. מקבילית.
- v. טרפז.

ה. נתון $AP = 6$. איזה סוג מרובע הוא $ADCP$?

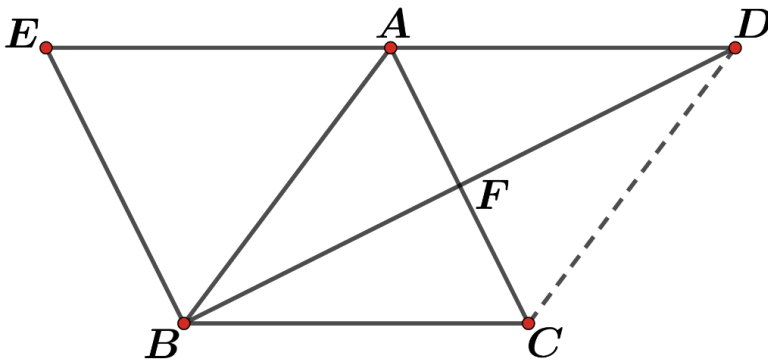




18. כיצד ניתן להוכיח שמרובע הוא מקבילית?

סמנו את כל האפשרויות הנכונות, וצטטו את המשפטים המתאימים.

- i. זוג צלעות מקבילות, וזוג שני לא.
- ii. שני זוגות של צלעות נגדיות שוות.
- iii. שני זוגות של צלעות סמוכות שוות.
- iv. שני זוגות של זוויות נגדיות שוות.
- v. אלכסונים שחוצים זה את זה.



ב. BF חוצה את הצלע AC במשולש

$\triangle ABC$

הנקודה D נמצאת על המשך הקטע

BF כך שמתקיים $DF = BF$

הוכיחו שמרובע $ADCB$ הוא מקבילית.

ג. E נמצאת על המשך DA , ומתקיים $DA = AE$

הוכיחו CE חוצה את AB .

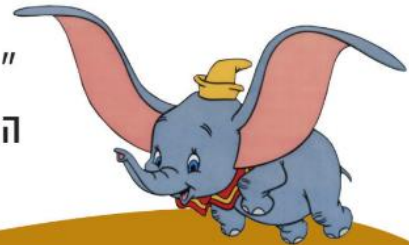
ד. נתון: $EB = 6$, $ED = 12$, $BF \perp AC$

הוכיחו שמשולש $\triangle ABC$ שווה צלעות.

ה. חשבו את שטח המקבילית $ABCD$.

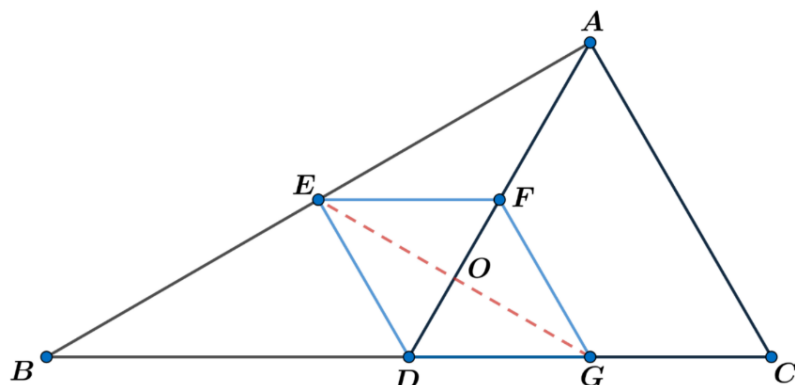
"הדברים היחידים שהחזיקו אותך למטה,
הם אלה שירימו אותך גבוה-גבוה למעלה"

(טימותי, דמבו)





19. AD חוצה את הצלע BC במשולש $\triangle ABC$, שמתקיים בו $BD = AC$.



הנקודות E, F, G הן אמצעי

הקטעים AB, AD, DC בהתאמה.

א. הוכיחו: המרובע $EFGD$ מעוין.

נסמן את נקודת מפגש האלכסונים

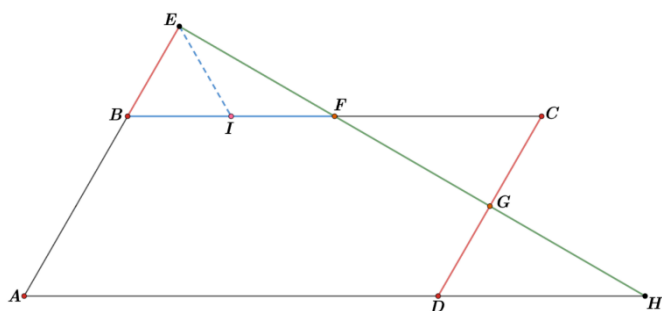
של המעוין ב O . בנוסף נתון:

$$BD = 4, AF = 2$$

(אורכי הצלעות בס"מ)

ב. חשבו את שטח המעוין $DGFE$.

20. נתון: במקבילית $ABCD$ ו- G הם אמצעי הצלעות BC ו- CD בהתאמה.



מתקיים גם $EI = BI = IF$

א. הוכיחו: $\angle BEF = 90^\circ$.

ב. הוכיחו: $EF = FG = GH$.

נתון שהיקף המקבילית הוא 60 ס"מ.

ג. חשבו את הסכום: $AE + AH$.

נתון $\angle GHD = 30^\circ$.

ד. חשבו את שטח המשולש $\triangle AEH$.

21. נתונה מקבילית $ABCD$.

קטע DE נמצא על המשך CD ושווה ל CD .

א. הוכיחו: מרובע $ABDE$ מקבילית.

נתון: $OD \perp CE, OD = CD$.

ב. חשבו את הזווית $\angle OAB$.

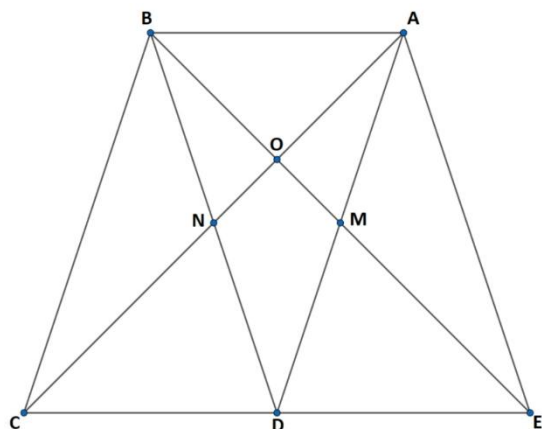
ג. הוכיחו: $\triangle ACE \cong \triangle BCE$.

ד. הוכיחו: $\triangle DAB$ שווה שוקיים.

ה. הוכיחו: מרובע $NOMD$ הוא דלתון.

נתון: $AB = 4$ (אורך הצלע נתון בס"מ).

ו. חשבו את היקף המרובע $ABCE$.





חלק ד' – אוריינות מתמטית

שאלות אלה הן שאלות ליישום המתמטיקה שלמדתם. אלה שאלות מהחיים אשר לשם פתרון עליכם להבין את הסיטואציה ולזהות באילו נושאים, כלים ומיומנויות מתמטיות עליכם להשתמש כדי לפתור בהצלחה.

אם הצלחתם סימן שיש לכם חשיבה מתמטית ברמה גבוהה ויכולת יישום של מה שלמדתם. בחרנו עבורכם מספר שאלות. תוכלו למצוא שאלות נוספות כאלה באתר [תכנית מאור](#).

1. [צילום אווירי](#)

2. [שער חליפין](#)

3. [מזרקות של סילוני מים](#)



פתרונות

חלק א' – טכניקה אלגברית

	1.
$x = -2$	א.
$x = 15$	ב.
$x = 4.5 \quad x = -1.5$	ג.
$x = -2 \quad x = 1.5 \quad x \neq 0, 4$	ד.
$x = 3 \quad x = 4.5 \quad x \neq 2, -2$	ה.
$x = 5 \quad x = -\frac{8}{5} \quad x \neq 4, -4$	ו.
$x = 5 \quad x \neq 3, -3$	ז.
$x = 2 \quad x = -\frac{5}{3} \quad x \neq 7, -1$	ח.
	2.
לא	א.
$x = -3$	ב.
	3.
$(2, 2)$	א.
$(1, 7)$	ב.
$(-1, -5)$	ג.
	4.
$(x - 2)(x + 5) = 60$	א.
לא	ב.
מ"ס 12, מ"ס 5	ג.
$-\frac{a+b}{a}$	5.
	6.
i, ii, iv	א.
$\frac{2a}{b}$	ב.
$X = -4$	7.
iii	8.
	9.
$x = -17$ או $x = 17$	א.
$-17 < x < 17$	ב.



חלק ב' – פונקציות וקדם אנליזה

	1.
8 יחידות.	א
$y=x+1$	ב
$x>5$	ג
	2.
משוואה מהצורה $y=k$ עבור כל ערך $k<4$	א
	3.
$(1.25, -0.125)$	א
$f(2.25)=1\frac{7}{8}$	ב
תשובה i בחלק החיובי של ציר x	ג
הפונקציה יורדת	ד
	4.
iv	א
$y=x$	ב
$\sqrt{72}=6\sqrt{2}$	ג
	5.
$m=-4$	א
$a=2$	ב
$a<0$	ג
	6.
$(-1,2)$	א
$g(-2)=4$	ב
v , iii , ii	ג
$x=-1$	ד
	7.
לא	א
כן	ב
כן	ג
$X=1, x=-4$	ד
	8.
A(-1,0) B(0,1) C(3,0) D(0,-3) E(1,-4) F(2,-3) G(1,0)	א
$f(x)$ עולה $x>1$ יורדת $x<1$ $g(x)$ עולה $x<0$ יורדת $x>0$	ב
$x>2$ או $x<-1$	ג
$-1<x<1$	ד
$g(-\sqrt{2})=-1$ $g(\sqrt{2})=-1$ $f(0)=-3$	ה
	9.
$(-2,7)$	א
תחום עליה $x>2$	ב
תחום חיוביות $x<-1$ או $x>5$	ג
שטח המשולש 27 יח"ר	ד
כל $m<0$	ה

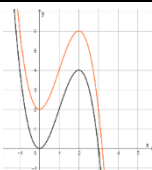


10.	א
נקודת החיתוך עם ציר Y (0,5)	ב
1 נכון 2 לא בהכרח 3 נכון 4 נכון	ג
11.	ד
8.75 יח"ר	ה
8.75 יח"ר	ו
36 יח"ר	ז
משוואת הישר $BD: Y=X+2$	ח
$f(x)=(x+2)(x+8)$	ט
$y=2x+1$	י
$-7 < x < -1$	יא
$-8 < x < -5$	יב
12.	יג
B(4,0)	יד
$\sqrt{20}$	טו
לא נכון נכון נכון לא נכון	טז
13.	יז
B (1,0), A (0,2)	יח
$x < 0$ או $x > 1$	יט
8.94	כ
לדוגמא $y = -2x$	כא
14.	כב
$f(x) = (x-1)(x+3)$, $b=1$	כג
B(-3,0), D(1,0), C(2,5)	כד
$x < -3$ או $x > 2$	כה
$1+2$ כן	כו
P(1,4), R(-1,4) (1	כז
15.	כח
M(3,64)	כט
$a=-1$	ל
$f(x)=-(x-3)^2+64$	לא
$x > 11$	לב
178.5 יח"ר	לג
D (6,55)	לד
165 יח"ר	לה
יוסי	לו
16.	לז
$a=-2$	לח



$Y = -2(x+6)^2 + 8$	ב
$A(-8,0) \quad B(-4,0)$	ג
$M(-6,8)$	ד
שרטוט	ה
דוגמה : $F(-10,-24) \quad E(-2,-24)$	ו
128 יח"ר	ז
144 יח"ר	ח
$g(x) = 2(x+6)^2 + 8$	ט
$Y = 2(x+8)^2$	י
17.	
$a = -0.25 \quad f(x) = -0.25(x+4)^2 + 16$	א
$A(-12,0) \quad B(4,0)$	ב
שרטוט	ג
162 יח"ר	ד
$Y = 2X + 1$.I	ה
$Y = (X+4)^2 + 16$.II	
$Y = (X+12)^2$.III	
18.	
$f(x) = (x+10)^2 - 4$	א
$A(-12,0) \quad B(-8,0)$	ב
$Y = 10X + 96$	ג
$g(x) = (x+10)^2 + 1$.I	ד
$(-10, 1)$.II	
x אף x .III	
$h(x) = (x-2)^2 - 4$.I	ה
$(-2, -4)$.II	
$x < 0$.III	
19.	
$A(-8,0) \quad B(2,0)$	א
$P(-3,-25)$	ב
$a = -1$	ג
$f(x) = x^2 + 6x - 16$	ד
שרטוט	ה
$N(-10,24) \quad M(4,24)$	ו
288 יח"ר	ז
$Y = 12x - 24$	ח
$x < -8$	ט
$y = (x-2)^2$	י
ציר סימטריה $x = -3$	יא
20.	
$f(2) = 4$	א
$x = 2$ ו- $x = -1$	ב
$0 < x < 3$ או $x < 0$	ג
$(0,0), (3,0)$	ד
$0 < x < 2$	ה



1) (0,2) מינימום, (2,6) מקסימום.	ו
2) 	
	21.
A(-2,2) B(0,-2)	א
C(1,2)	ב
D(-3,-2)	ג
מקבילית	ד
(-2,7) (0,3)	ה
גרף א' – $h(x)$	22.
גרף ב' – $f(x)$	
שאלות קצרות	
$x = -1.5$	1.
הזזה אנכית 6 יח' למעלה והזזה אופקית 8 יחידות שמאלה.	2.
$c = -5$	3.
$c = -5$	4.
$b = -10$, $c = 34$	5.
$k < -3$ או $k > 1$	6.

חלק ג' - גיאומטריה

	1.
$\triangle DBE \sim \triangle FCE$	א.
$BC = 4$ $DF = 6$	ב.
$S_{\triangle CEF} = 12.5$ $S_{\triangle BDE} = 0.5$	ג.
יחס השטחים 1:25 יחס הדמיון 1:5	ד.
$S_{\triangle ABC} = 4$ $P_{\triangle ABC} = 9.65$	ה.
	2.
$y = -2x + 4$	ג.
E(2,0)	ד.
4 יח"ר	ו.
	3.
$\triangle FBC \sim \triangle FED$ $\triangle ABD \sim \triangle CFB$ $\triangle BDC \sim \triangle EBA$	א.
(1) כן (2) לא (3) כן	ב. 2
0.5S	ג.
30°	א. 4



5 ב.	(1) 24 סמ"ר (2) 20 ס"מ (3) 14 ס"מ
8.	
ג.	פי 2
ד.	6S
12 ג.	$\frac{9}{16}S : EDF$ $\frac{9}{8}S : CEF$
13 ד.	40 סמ"ר
14 ב.	(1) 54 סמ"ר (2) 144 סמ"ר
15 ד.	למשל $AC=DC$
16 ב.	(1) 1.5 (2) 3.75
17.	
א.	$(iii) \vee (iv)$
ב.	$(iii) \vee (iv)$
ד.	$(i), (iii), (iv)$
ה.	דלתון.
18.	
א.	$(ii), (iv) \vee (v)$
ה.	$18\sqrt{3} \approx 31.177$
19 ב.	$2\sqrt{3} \approx 3.464$
20.	
ג.	$AE + AH = 45$ ס"מ
ד.	$112.5\sqrt{3} \approx 194.855$
21.	
ב.	$\sphericalangle OAB = 45^\circ$
ו.	$12 + 4\sqrt{10} \approx 24.649$