שם: __________________ כיתה: __________

עבודת קיץ במתמטיקה
לבוגרי כיתה ט' – ברמת 3-4 יח"ל

בתחילת שנת תשפ"ז, תחילת כיתה י' ייערך מבחן במתמטיקה שיכלול את הנושאים שנלמדו במהלך השנה:

תחום אלגברי	חזקות שורש ריבועי פירוק לגורמים טכניקה אלגברית: שברים אלגבריים מערכת משוואות ממעלה ראשונה מערכת משוואות ממעלה שנייה שאלות מילוליות אי שיוויונים פונקציות: הפונקציה הקווית הפונקציה הריבועית פונקציות כלליות
תחום גיאומטרי	משפט פיתגורס משולש ישר זווית משפחת המקביליות טרפז

הנחיות להגשת העבודה:
1. חובה להגיש את העבודה.
2. העבודה תוגש בכתב יד קריא, ברור ומסודר.
3. את פתרון העבודה יש להציג לפי סדר השאלות באופן כרונולוגי.
4. יש להציג את כל שלבי הפתרון, הצגת תרגילים, טענה ונימוק וכו'.
5. יש לענות בדפדפת משבצות בלבד, ולהגיש את העבודה בקלסר שקוף ללא ניילונית.
6. יש לכתוב שם וכיתה.
7. העבודה תוגש בשבוע הראשון של שנת תשפ"ז והיא תשוקלל בציוני מחצית א'.

בברכת חופשה נעימה,
צוות מתמטיקה.

חוברת תרגול לעבודת הקיץ לתלמידים העולים לכיתה י׳ - ברמת 4 יחידות לימוד

מצורפת חוברת תרגול לעבודת הקיץ עבור תלמידי/ות ט׳ המיועדים/ות ללמוד **בכיתה י׳ ברמת 4 יח׳ (471)**.

לאחר שיח מקיף ומעמיק עם צוותי הוראה, העבודה נכתבה לפי הקווים המנחים הבאים:

1. נושאים מרכזיים של כיתה ט׳.
2. נושאים בעלי קשר ישיר **לחומר הנלמד בתחילת כיתה י׳**.
3. תרגול תכליתי ולא מעמיס מדי.

תוכן העניינים

השאלות בעבודה לקוחות **מספר התרגול של ארכימדס בשאלון 471 לכיתה י׳**. צוות החטיבה יבחר נושאים **רלבנטיים לעבודה** לכל כיתה.

למידע על הספר: https://bit.ly/3PmXRgH.

הזמנה מרוכזת בפנייה ל"יש הפצות" באחת מהדרכים הבאות:

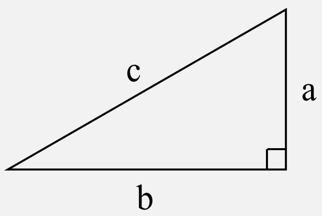
- במייל yeshbooks@gmail.com
- בווטסאפ או בשיחה: 052-2285566
- באתר https://bit.ly/3FQfqBy

להזמנת **ספר הביתה עם שליח**: https://bit.ly/3ndOdNg.

משפט פיתגורס

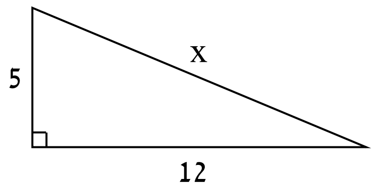
משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית מתקיים: $a^2 + b^2 = c^2$.

לפי **המשפט ההפוך** למשפט פיתגורס, משולש שבו מתקיים: $a^2 + b^2 = c^2$
הוא ישר זווית והיתר שלו היא הצלע c.

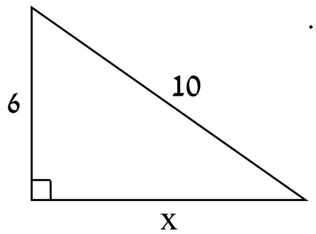


1. לפניכם משולשים ישרי זווית. האורכים בשרטוט הם בסנטימטרים.
מצאו את x וחשבו את ההיקף ואת שטח המשולש.

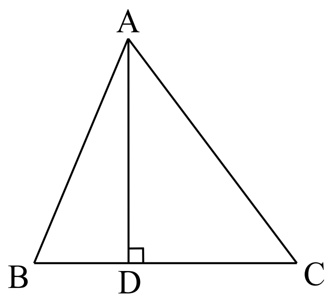
א.



ב.



2. הקטע AD הוא גובה במשולש ΔABC ששטחו 336 סמ"ר. נתון: $BC =$ 28 ס"מ.

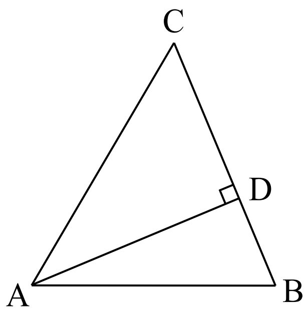


א. חשבו את אורך הגובה AD.

ב. נתון: $AC =$ 30 ס"מ. חשבו את:

1. אורך הקטע CD.
2. אורך הקטע BD.
3. היקף המשולש ΔABC.

3. הקטע AD הוא גובה במשולש ΔABC ואורכו 12 ס"מ.
שטח המשולש ΔACD הוא 54 סמ"ר.

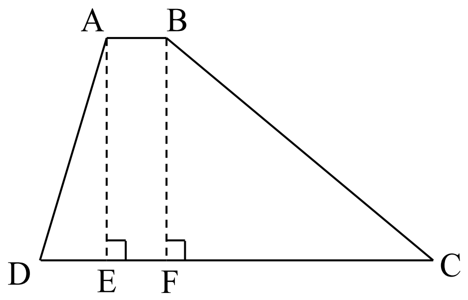


א. חשבו את אורך:

1. הקטע CD.
2. הצלע AC.

ב. נתון: הצלע AB ארוכה ב-8 ס"מ מהקטע BD. נסמן: $BD = x$.

1. הביעו באמצעות x את אורך הצלע AB.
2. מצאו את x.
3. חשבו את שטח המשולש ΔABD.



4. הקטעים AE ו-BF הם גבהים בטרפז ABCD.

נתון: $BC = 40$ ס"מ, $AD = 25$ ס"מ, $AB = 6$ ס"מ.

שטח המלבן ABFE הוא 144 סמ"ר.

א. חשבו את אורך הגובה BF.

ב. חשבו את אורך הבסיס CD.

ג. חשבו את שטח הטרפז ABCD.

ד. קבעו איזה מהסימנים $>$, $=$, $<$ מתאים לכל משבצת:

$S_{\Delta ACF} \boxed{} S_{\Delta ABC} \boxed{} S_{\Delta ABD}$.

תשובות:

1) א. $x = 13$, היקף: 30 ס"מ. שטח: 30 סמ"ר. **ב.** $x = 8$, היקף: 24 ס"מ. שטח: 24 סמ"ר.

2) א. 24 ס"מ. **ב. 1.** 18 ס"מ. **2.** 10 ס"מ. **3.** 84 ס"מ.

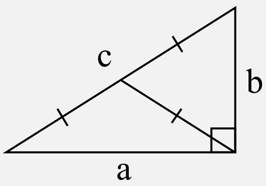
3) א. 1. 9 ס"מ. **2.** 15 ס"מ. **ב. 1.** $x+8$. **2.** $x = 5$. **3.** 30 סמ"ר.

4) א. 24 ס"מ. **ב.** 45 ס"מ. **ג.** 612 סמ"ר. **ד.** $>$, $=$.

משולש ישר זווית

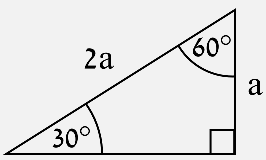
משפט: במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה באורכו למחצית היתר.

המשפט ההפוך: משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית.



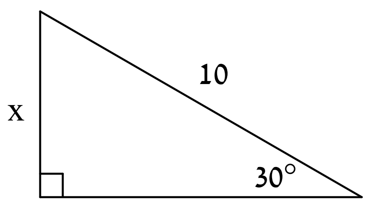
משפט: במשולש ישר זווית שזוויותיו 30° , 60° ו- 90° הניצב שמול הזווית 30° שווה באורכו למחצית היתר.

המשפט ההפוך: אם במשולש ישר זווית הניצב שווה למחצית היתר, אז מול ניצב זה זווית שגודלה 30° .

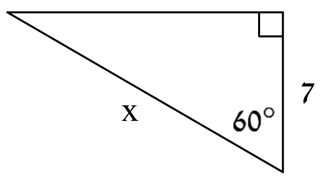


1. בכל סעיף האורכים נתונים בסנטימטרים. היעזרו בנתונים ומצאו את x :

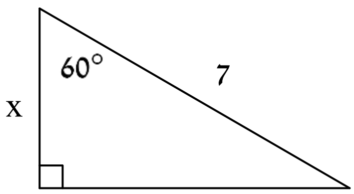
א.



ב.

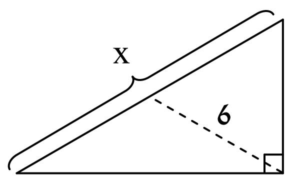


ג.

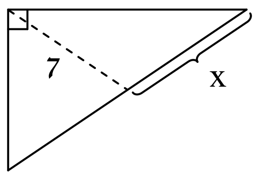


2. בכל משולש מופיע התיכון בקו מקווקו. האורכים נתונים בסנטימטרים. היעזרו בנתונים ומצאו את x :

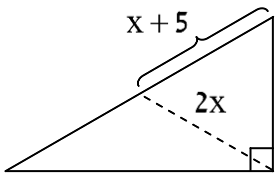
א.



ב.



ג.



3. הקטע AD הוא גובה במשולש ΔABC .

הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB ו- AC.

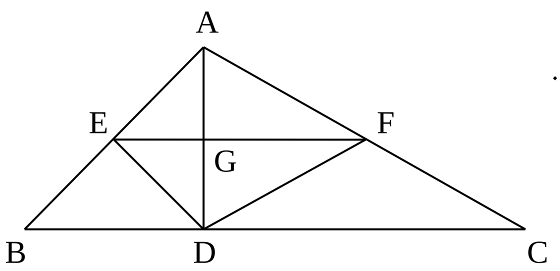
א. הוכיחו : $AE = DE$.

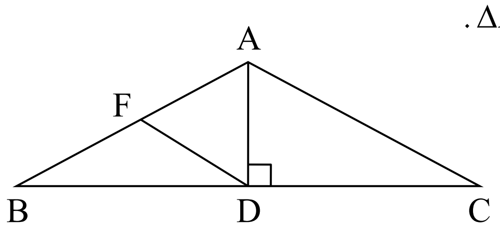
ב. הוכיחו : המרובע AEDF הוא דלתון.

ג. נתון : $\sphericalangle ACD = 30^\circ$, $AC =$ 20 ס"מ .

1. חשבו את אורך הקטע AD.

2. הוכיחו : המשולש ΔADF הוא שווה צלעות.





4. הקטע AD הוא הגובה לבסיס במשולש שווה השוקיים ΔABC.

הנקודה F היא אמצע השוק AB.

א. הוכיחו: $AB = 2DF$.

ב. נתון: $\sphericalangle BAC = 120^\circ$. חשבו את גודל הזווית:

1. $\sphericalangle BAD$
2. $\sphericalangle ABD$

ג. נתון: $AC = 12$ ס"מ. חשבו את אורך הגובה AD.

ד. אופיר טען שהמשולש ΔADF הוא שווה צלעות.

1. האם הוא צודק? הסבירו.
2. חשבו את היקף המשולש ΔADF.

תשובות:

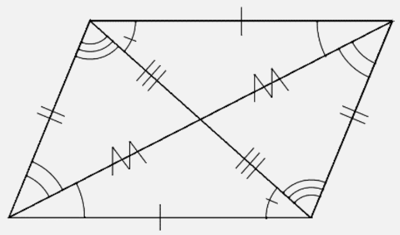
1) א. $x = 5$. **ב.** $x = 14$. **ג.** $x = 3.5$. **2) א.** $x = 12$. **ב.** $x = 7$. **ג.** $x = 5$. **3) ג. 1.** 10 ס"מ.

4) ב. 1. 60°. **2.** 30°. **ג.** 6 ס"מ **ד. 1.** אופיר צודק. **2.** 18 ס"מ.

משפחת המקביליות

משפחת המקביליות כוללת את המקבילית, המלבן, המעוין והריבוע.

מקבילית היא מרובע בו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות.



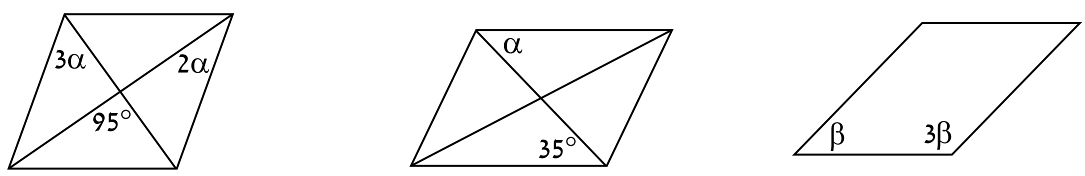
- במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות.
- **(הפוך):** מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות, הוא מקבילית.
- **(הפוך):** מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות, הוא מקבילית.
- במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
- **(הפוך):** מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.
- במקבילית סכום כל זוג זוויות סמוכות הוא $180°$.

כיצד ניתן להוכיח שמרובע הוא מקבילית?... אם נוכיח שבאותו מרובע יש:

- זוג צלעות נגדיות שוות ומקבילות.
- שני זוגות של צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- שני זוגות של זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- אלכסונים חוצים זה את זה.

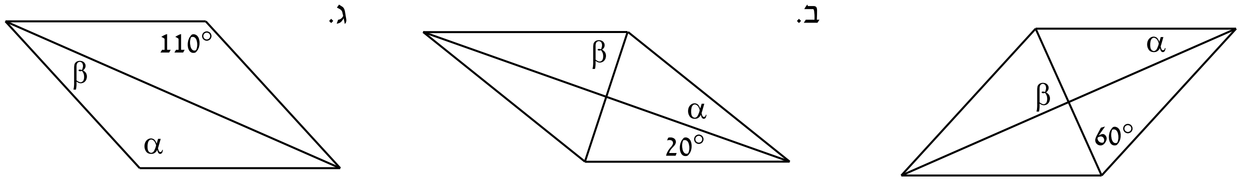
מקבילית - חישוב זוויות

1. לפניכם מקביליות. היעזרו בנתונים ומצאו את α ואת β :



א. $\beta =$____ ב. $\alpha =$____ ג. $\alpha =$____

2. לפניכם מעוינים. היעזרו בנתונים ומצאו את α ואת β :

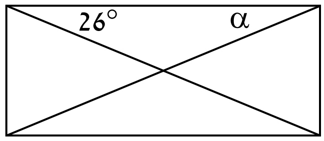


א. $\alpha =$____ , $\beta =$____ ב. $\alpha =$____ , $\beta =$____ ג. $\alpha =$____ , $\beta =$____

מלבן - חישוב זוויות

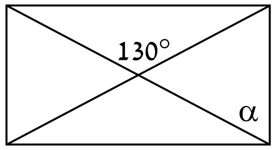
3. מצאו את α ו- β במלבנים שלפניכם:

א.



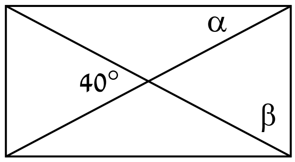
$\alpha =$ ____

ב.



$\alpha =$ ____

ג.



$\beta =$ ____ , $\alpha =$ ____

שאלות הוכחה

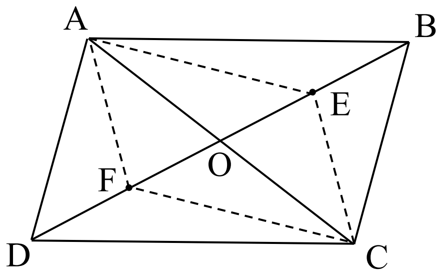
4. נתונה המקבילית ABCD שאלכסוניה נחתכים בנקודה O.
הנקודות E ו-F נמצאות על האלכסון BD כמתואר בשרטוט.
נתון: $\sphericalangle CFO = \sphericalangle AEO$.

א. הוכיחו: $\sphericalangle FCO = \sphericalangle EAO$.

ב. הוכיחו: $\Delta FCO \cong \Delta EAO$.

ג. הוכיחו: המרובע AECF הוא מקבילית.

ד. נתון שהקטע AE חוצה את הזווית $\sphericalangle BAO$.
הוכיחו: $\sphericalangle ACF = \sphericalangle BAE$.

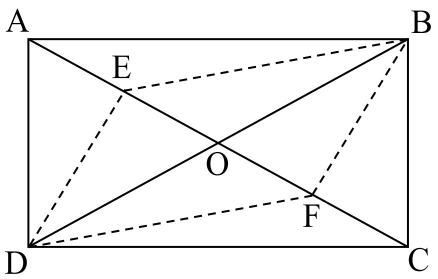


5. אלכסוני המלבן ABCD נחתכים בנקודה O.

א. הוכיחו: $\sphericalangle CBO = \sphericalangle ADO$.

ב. הישרים BF ו-DE הם בהתאמה חוצי הזוויות $\sphericalangle CBO$
ו- $\sphericalangle ADO$ כמתואר בשרטוט. הוכיחו: $\Delta DEO \cong \Delta BFO$.

ג. הוכיחו: המרובע BEDF הוא מקבילית.



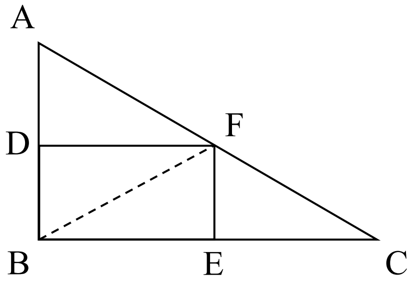
6. במשולש ישר הזווית ΔABC הקטעים DF ו-EF הם אנכים
אמצעיים לניצבים AB ו-BC בהתאמה.

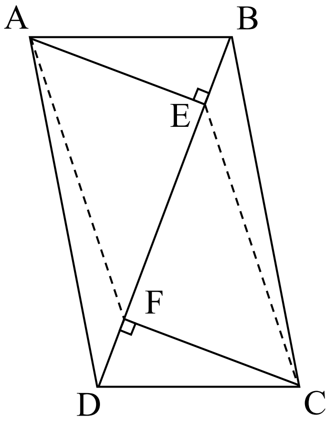
א. הוכיחו: DBEF מלבן.

ב. נתון: DF = 8 ס"מ, EF = 6 ס"מ. חשבו את אורך BF.

ג. חשבו את:

1. היקף המשולש ΔABC.
2. שטח המשולש ΔDBE.
3. חשבו את שטח המרובע ACED.





7. במקבילית ABCD הקטעים AE ו-CF מאונכים לאלכסון BD.

א. הוכיחו:

1. $\Delta CDF \cong \Delta ABE$

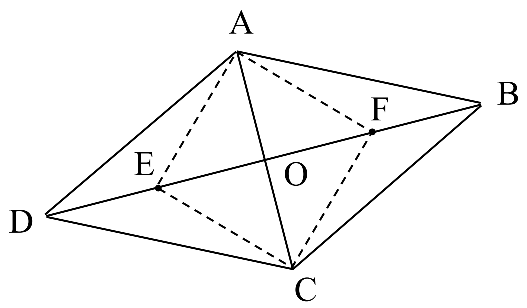
2. $\Delta AEF \cong \Delta CFE$

3. המרובע AECF הוא מקבילית.

ב. קבעו אם ייתכן שהמרובע AECF הוא מעוין. הסבירו.

ג. נתון: AE = 6 ס״מ, CE = 10 ס״מ, DF = 2 ס״מ.
חשבו את שטחי המקביליות:

1. AECF 2. ABCD



8. נתון המעוין ABCD שאלכסוניו נחתכים בנקודה O.
הנקודות E ו-F נמצאות על האלכסון BD.
הנקודה F היא אמצע הקטע BO.
הנקודה E היא אמצע הקטע DO.

א. הוכיחו: EO = FO.

ב. הוכיחו: המרובע AFCE הוא מעוין.

ג. נתון: $\sphericalangle AFO = 45°$. הוכיחו: המרובע AFCE הוא ריבוע.

תשובות:

1) א. $\beta = 45°$. **ב.** $\alpha = 35°$. **ג.** $\alpha = 19°$.

2) א. $\alpha = 30°, \beta = 90°$. **ב.** $\alpha = 20°, \beta = 70°$. **ג.** $\alpha = 110°, \beta = 35°$.

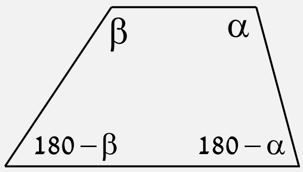
3) א. $\alpha = 26°$. **ב.** $\alpha = 65°$. **ג.** $\alpha = 20°, \beta = 70°$.

6) ב. 10 ס״מ. **ג. 1.** 48 ס״מ. **2.** 24 סמ״ר. **3.** 72 סמ״ר.

7) ב. לא יתכן. צלעות סמוכות במרובע AECF הן צלעות ניצב ויתר ולכן לא יתכן שהן שוות.
ג. 1. 48 סמ״ר. **2.** 72 סמ״ר.

הטרפז

טרפז הוא מרובע שבו זוג צלעות נגדיות מקבילות ('בסיסים') וזוג צלעות שאינן מקבילות ('שוקיים').



- סכום שתי הזוויות הצמודות לאותה שוק שווה ל- $180°$ מעלות.
- בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות.
- בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
- **(הפוך)**: טרפז שבו הזוויות שליד אותו בסיס שוות הוא טרפז שווה שוקיים.
- **(הפוך)**: טרפז שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.

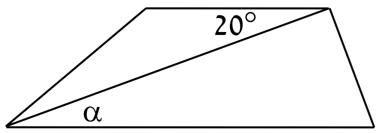
כיצד ניתן להוכיח שמרובע הוא טרפז?... אם נוכיח ש:

- רק זוג אחד של צלעות במרובע, מקבילות זו לזו (והזוג השני לא).
- זוג אחד של צלעות במרובע, מקבילות זו לזו אך אינן שוות זו לזו באורכן.

1. מצאו את הזוויות α, β ו- γ בהתאם לסוג הטרפז:

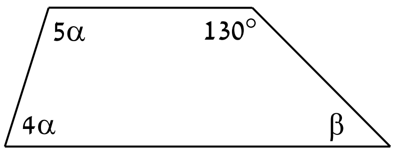
טרפז כללי

א.



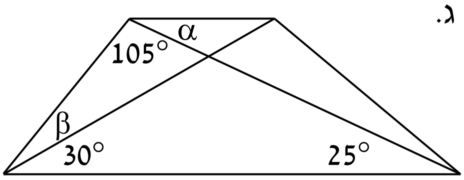
$\alpha =$ ____

ב.



$\alpha =$ ____ $\beta =$ ____

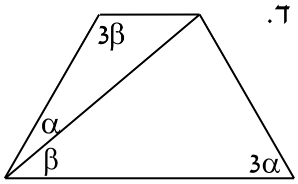
ג.



$\alpha =$ ____ $\beta =$ ____

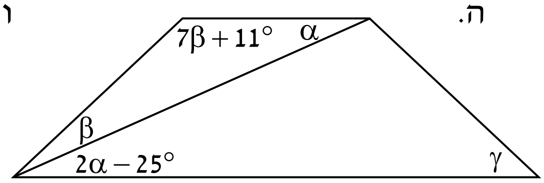
טרפז שווה שוקיים

ד.



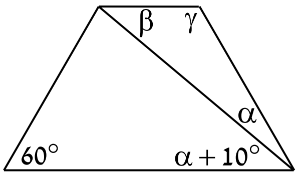
$\alpha =$ ____ $\beta =$ ____

ה.



$\alpha =$ ____ $\beta =$ ____ $\gamma =$ ____

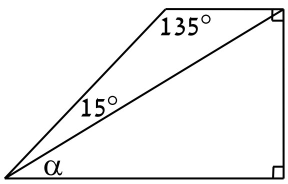
ו.



$\alpha =$ ____ $\beta =$ ____ $\gamma =$ ____

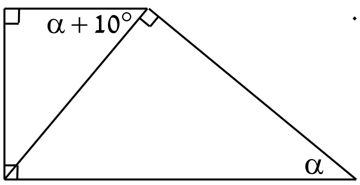
טרפז ישר זווית

ז.



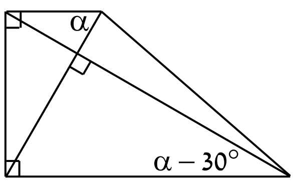
$\alpha =$ ____

ח.



$\alpha =$ ____

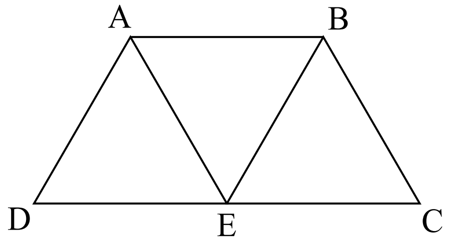
ט.



$\alpha =$ ____

2. הנקודה E נמצאת על הבסיס CD בטרפז ABCD.

נתון: $\sphericalangle AEB = \sphericalangle AED$, $AB = DE$.



א. הוכיחו:

1. המרובע ABED הוא מקבילית.

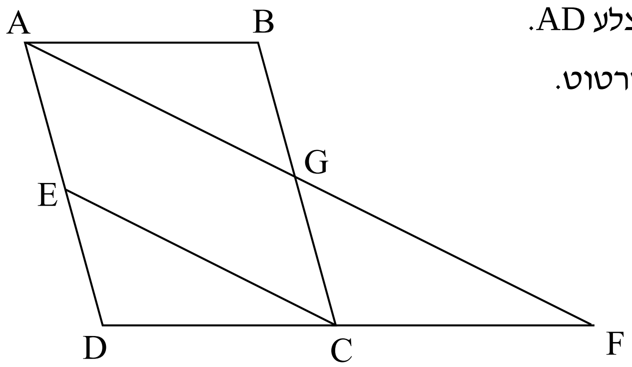
2. המרובע ABED הוא מעוין.

ב. נתון: ABCE מעוין. חשבו את זוויות הטרפז ABCD.

3. נתונה המקבילית ABCD. הנקודה E היא אמצע הצלע AD.

ממשיכים את הקטע CD עד הנקודה F כמתואר בשרטוט.

הקטע AF חוצה את הצלע BC בנקודה G.



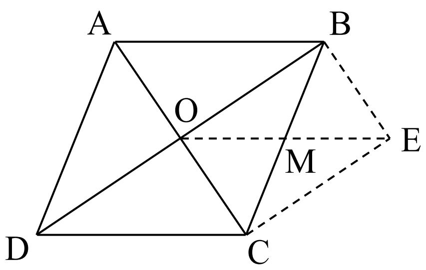
הוכיחו:

א. $AE=GC$.

ב. המרובע AGCE הוא מקבילית.

ג. המרובע AECF הוא טרפז.

4. אלכסוני המקבילית ABCD נחתכים בנקודה O. הנקודה E נמצאת מחוץ למקבילית כך שהמרובע ABEO הוא מקבילית.



א. הוכיחו:

1. $BE=OC$.

2. המרובע CDOE הוא מקבילית.

ב. נתון: המרובע BECO הוא מלבן.

הוכיחו: המקבילית ABCD היא מעוין.

ג. הקטע EO חותך את הצלע BC בנקודה M.

הוכיחו: שטחי הטרפזים ABMO ו-CDOM שווים זה לזה.

ד. (*) קבעו אם ייתכן שהמרובע CDOM הוא דלתון. נמקו.

תשובות:

1) א. $\alpha = 20°$. **ב.** $\alpha = 20°$, $\beta = 50°$. **ג.** $\alpha = 25°$, $\beta = 20°$. **ד.** $\alpha = 20°$, $\beta = 40°$. **ה.** $\alpha = 25°$, $\beta = 18°$, $\gamma = 43°$. **ו.** $\alpha = 25°$, $\beta = 35°$, $\gamma = 120°$. **ז.** $\alpha = 30°$. **ח.** $\alpha = 40°$. **ט.** $\alpha = 60°$.

2) ב. $60°$, $120°$, $120°$, $60°$. **4) ד. לא ייתכן**. נתבונן במרובע CDOM. הצלעות CM ו-OM **שוות זו לזו** כי שתיהן חצאי אלכסונים במלבן BECO. כדי שהמרובע CDOM יהיה דלתון, נצטרך שגם הצלעות CD ו-DO יהיו שוות זו לזו אך הדבר אינו אפשרי כי הן בהתאמה היתר והניצב במשולש ישר הזווית ΔCDO ועל כן בהכרח אינן שוות.

חזקות

מהי חֶזְקָה?

כתיב החזקה כולל בסיס ומעריך:

בסיס החזקה הוא המספר שמוכפל בעצמו.

מַעֲרִיךְ החזקה מייצג את מספר ההכפלות של בסיס החזקה בעצמו.

7^4 — מעריך החזקה 4

הביטוי האלגברי המתאר את כתיב החזקות הוא: $\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{\text{n פעמים}} = a^n$.

בביטוי זה, בסיס החזקה הוא a ומעריך החזקה הוא n.

חוקי החזקות:

$a^0 = 1 \quad , \quad (a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c \quad , \quad (a^b)^c = (a^c)^b = a^{bc} \quad , \quad a^b \cdot a^c = a^{b+c}$

1. כתבו את המכפלות בכתיב חזקות מקוצר:

א. $y^3 \cdot y^5$ ב. $m^4 \cdot m^6$ ג. $c^1 \cdot c^7$ ד. $n^4 \cdot n^{10}$

2. רשמו את אחד הסימנים $=$ או $\neq$ במשבצת המתאימה:

א. $2b^2 \ \square \ (2b)^2$ ב. $4^5 \cdot m^5 \ \square \ (4m)^5$ ג. $(2m^2)^3 \ \square \ 4m^6$

3. פשטו את המכפלות הבאות לפי הדוגמה: $3a^2 \cdot 4a^3 = 12a^5$.

א. $2a^3 \cdot 8a$ ב. $5x^2 \cdot 2x^6$ ג. $y \cdot 3y$ ד. $m^3 \cdot m^4$

חוקי חזקות שליליות: $a^{-b} = \frac{1}{a^b} \quad , \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-c} = \left(\frac{b}{a}\right)^c$

4. לפניכם צמדים של ביטויים. בכל סעיף הקיפו את הביטוי שתוצאתו גדולה יותר.

א. $1 \ , \ 4 \cdot 2^{-1}$ ב. $3^{-3} \cdot 9^2 \ , \ 9 \cdot 3^{-2}$ ג. $5^{-5} \ , \ (5^2)^{-3}$

5. בסעיפים הבאים, פשטו את הביטוי תוך שימוש בחוקי החזקות:

א. $a\cdot a^{-2}\cdot a^{3}$ ב. $a^{-2}b^{3}\cdot(ab)^{2}$ ג. $a^{3}\cdot(ab)^{-1}\cdot ab^{2}$

חוקי החזקות בשברים: $\frac{a^{b}}{a^{c}}=a^{b-c}$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{c}=\frac{a^{c}}{b^{c}}$

6. רשמו את אחד הסימנים $=$ או $\neq$ במשבצת המתאימה:

א. $\frac{1}{3}\ \square\ 3^{-2}$ ב. $\frac{3^{2}}{4}\ \square\ \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ ג. $\left(-\frac{1}{5}\right)^{3}\ \square\ \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

7. חשבו וכתבו את התשובה במשבצת המתאימה בשבר מצומצם:

א. $\left(\frac{1}{2}\right)^{3}=\frac{\square}{\square}$ ב. $\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{\square}{\square}$ ג. $\left(\frac{3}{7}\right)^{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\cdot\left(\frac{7}{2}\right)^{3}=\frac{\square}{\square}$

8. חשבו ללא מחשבון:

א. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=\square$ ב. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}=\square$ ג. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^{2}\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^{0}=\square$

כאשר מספר שלילי עולה בחזקה **זוגית**, ערך הביטוי הוא חיובי. לדוגמה: $(-2)^{4}=16$.
כאשר מספר שלילי עולה בחזקה **אי-זוגית**, ערך הביטוי הוא שלילי. לדוגמה: $(-2)^{3}=-8$.

9. רשמו את אחד הסימנים >, = או < במשבצת המתאימה:

א. $(-1)^{9}\ \square\ (-1)^{8}$ ב. $-4^{2}\ \square\ (-4)^{2}$ ג. $-(-2)^{3}\ \square\ (-2)^{3}$ ד. $(-1)^{4}\ \square\ (-1)^{5}+1$

10. חשבו וכתבו את התשובה במשבצת המתאימה.

א. $(-1)^{5}=\square$ ב. $-(-2)^{3}=\square$ ג. $(-1)^{2}\cdot(-3)^{2}=\square$

11. רשמו את אחד הסימנים >, = או < במשבצת המתאימה:

א. $9\ \square\ -3^{2}$ ב. $(-2)^{2}\ \square\ -4$ ג. $(5^{3})^{2}\ \square\ (-5)^{6}$

סדר פעולות חשבון עם חזקות

כאשר חזקה מופיעה בתרגיל, נקפיד לבצע את פעולת החזקה **לפני** פעולות החשבון האחרות.

דוגמאות: $2^4+5 = 16+5 = 21$, $7+6^2:3 = 7+36:3 = 7+12 = 19$

כאשר בתרגיל מופיעים סוגריים, נחשב קודם את הביטוי המופיע בהם.

דוגמאות: $(5-2)^3 = 3^3 = 27$, $(6:2)^3 = 3^3 = 27$

12. חשבו:

א. $6+2^2$ ב. $4+3^2$ ג. $12-3^2$ ד. $4^2:8$

ה. 5^2-4^2 ו. $0\cdot(\frac{1}{5})^2$ ז. 1^2-1 ח. $10\cdot6^2$

ט. $10^2-4^2+5^2$ י. $3\cdot4^2+2\cdot5^2$ יא. $8^2-(3^2+4^2)$ יב. $12\cdot(5^2-4^2)+5$

תשובות:

1) א. y^8. **ב.** m^{10}. **ג.** c^8. **ד.** n^{14}.

2) א. $\neq$. **ב.** $=$. **ג.** $\neq$.

3) א. $16a^4$. **ב.** $10x^8$. **ג.** $3y^2$. **ד.** m^7.

4) א. $4\cdot2^{-1}$. **ב.** $3^{-3}\cdot9^2$. **ג.** 5^{-5}.

5) א. a^2. **ב.** b^5. **ג.** a^3b.

6) א. $\neq$. **ב.** $=$. **ג.** $\neq$.

7) א. $\frac{1}{8}$. **ב.** $\frac{1}{3}$. **ג.** $\frac{3}{2}$.

8) א. 8. **ב.** 3. **ג.** $\frac{1}{3}$.

9) א. $>$. **ב.** $>$. **ג.** $>$. **ד.** $>$.

10) א. -1. **ב.** 8. **ג.** 9.

11) א. $<$. **ב.** $<$. **ג.** $=$.

12) א. 10. **ב.** 13. **ג.** 3. **ד.** 2. **ה.** 9. **ו.** 0. **ז** 0. **ח.** 360. **ט.** 109. **י.** 98. **יא.** 39. **יב.** 113.

השורש הריבועי

מהו השורש הריבועי?

נתבונן בחישוב: $3^2 = 9$.

כאשר מעלים את המספר 3 בחזקת 2 מתקבל המספר 9. כלומר, 3 הוא **השורש הריבועי** של 9.

למעשה, השורש הריבועי הוא הפעולה ההפוכה להעלאה של מספר בחזקת 2 (העלאה בריבוע).

בדומה, מכיוון ש: $4^2 = 16$, נוכל לומר ש־4 הוא השורש הריבועי של 16.

את השורש הריבועי נסמן בעזרת הסימן $\sqrt{}$.

במקום לרשום במילים "השורש הריבועי של 36 הוא 6", נוכל לרשום בקצרה: $\sqrt{36} = 6$.

1. חשבו:

א. $\sqrt{4}$ ב. $\sqrt{16}$ ג. $\sqrt{25}$ ד. $\sqrt{49}$ ה. $\sqrt{81}$

2. השלימו את המספר החסר:

א. $3 = \sqrt{\boxed{}}$ ב. $10 = \sqrt{\boxed{}}$ ג. $8 = \sqrt{\boxed{}}$ ד. $7 = \sqrt{\boxed{}}$

סדר פעולות חשבון עם שורש ריבועי

כאשר שורש ריבועי מופיע בתרגיל, נקפיד לבצע את פעולת השורש **לפני** פעולות החשבון האחרות.

דוגמאות: $5+\sqrt{100} = 5+10 = 15$, $8-6:\sqrt{9} = 8-6:3 = 8-2 = 6$

כאשר ביטוי מופיע בתוך סימן השורש הריבועי, נחשב תחילה את הביטוי המופיע בשורש. דוגמאות:

$8:\sqrt{10+6} = 8:\sqrt{16} = 8:4 = 2$, $10-\sqrt{10-1} = 10-\sqrt{9} = 10-3 = 7$

3. חשבו:

א. $7\cdot\sqrt{25}$ ב. $8+\sqrt{16}$ ג. $100-\sqrt{100}$ ד. $1+\sqrt{1}$ ה. $2\cdot\sqrt{9}$ ו. $5\cdot\sqrt{4}$

4. חשבו:

א. $10-5\cdot\sqrt{4}$ ב. $4\cdot\sqrt{25}-\sqrt{4}:2$ ג. $\sqrt{121}+100\cdot\sqrt{1}$

5. חשבו:

א. $\sqrt{60+4}$ ב. $\sqrt{130-9}$ ג. $\sqrt{12\frac{1}{2}\cdot 2}$ ד. $\sqrt{27:3}$ ה. $\sqrt{3^2+4^2}$

6. חשבו:

א. $7-\sqrt{25}$ ב. $8+\sqrt{16}$ ג. $\sqrt{13+12}$ ד. $\sqrt{2^2}$

ה. $2^5-2\cdot\sqrt{100}$ ו. $4^2-\sqrt{4\cdot 6+1}$ ז. $6^2+\sqrt{9^2-17}$ ח. $5^2+\sqrt{3^2+4^2}$

חוקי השורשים: $\sqrt[c]{a}\cdot\sqrt[c]{b}=\sqrt[c]{a\cdot b}$, $(\sqrt[c]{a})^b=\sqrt[c]{a^b}=a^{\frac{b}{c}}$, $\sqrt[c]{a^c}=a$, $\frac{\sqrt[c]{a}}{\sqrt[c]{b}}=\sqrt[c]{\frac{a}{b}}$

7. רשמו את אחד הסימנים >, =, < במשבצת המיועדת לכך, מבלי להיעזר במחשבון:

א. $10 \; \square \; 2\sqrt{7}$ ב. $9 \; \square \; 3\sqrt{8}$ ג. $12\sqrt{3} \; \square \; 10\sqrt{5}$

8. (*) חשבו, מבלי להיעזר במחשבון ורשמו את התוצאה במשבצת המיועדת לכך:

א. $2\sqrt{5}+\sqrt{45}=\sqrt{\square}$ ב. $\sqrt{2}+\sqrt{18}=\sqrt{\square}$ ג. $\sqrt{6}+\sqrt{54}-\sqrt{24}=\sqrt{\square}$

תשובות:

1) א. 2. **ב.** 4. **ג.** 5. **ד.** 7. **ה.** 9.

2) א. 9. **ב.** 100. **ג.** 64. **ד.** 49.

3) א. 35. **ב.** 12. **ג.** 90. **ד.** 2. **ה.** 6. **ו.** 10.

4) א. 0. **ב.** 19. **ג.** 111.

5) א. 8. **ב.** 11. **ג.** 5. **ד.** 3. **ה.** 5.

6) א. 2. **ב.** 12. **ג.** 5. **ד.** 2. **ה.** 12. **ו.** 11. **ז.** 44. **ח.** 30.

7) א. <. **ב.** >. **ג.** >.

8) א. 125. **ב.** 32. **ג.** 24.

פירוק לגורמים

נוסחאות הכפל המקוצר:

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $\qquad$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $\qquad$ $a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$

1. בכל סעיף מופיע ביטוי אלגברי. היעזרו בנוסחאות הכפל המקוצר ופתחו את הסוגריים.

לדוגמה: נפתח את הסוגריים בביטוי $(x+1)^2$ ונקבל את הביטוי x^2+2x+1.

א. $(a+3)^2$ ב. $(x+4)^2$ ג. $(b+5)^2$ ד. $(2+t)^2$

ה. $(n+1)(n-1)$ ו. $(a+6)(a-6)$ ז. $(2-k)(2+k)$ ח. $(y-3)(y+3)$

ט. $3(n+2)(n-2)$ י. $-(m+3)(m-3)$ יא. $2(6-a)(6+a)$ יב. $3(5-b)(5+b)$

2. בכל סעיף מופיע ביטוי אלגברי. היעזרו בנוסחאות הכפל המקוצר ופשטו אותו למכפלה או לחזקה.

לדוגמה: את הביטוי $b^2+8b+16$ ניתן לכתוב באופן זה: $(b+4)^2$.

א. m^2+2m+1 ב. $y^2+10y+25$ ג. t^2+6t+9 ד. $16+8n+n^2$

ה. x^2-25 ו. t^2-16 ז. $4-y^2$ ח. $100-9c^2$

3. בסעיפים הבאים הוציאו גורם משותף ולאחר מכן פרקו את הביטוי בעזרת נוסחאות הכפל המקוצר:

לדוגמה: מהביטוי $5t^2+30t+45$ נוציא את הגורם המשותף 5. נקבל: $5(t^2+6t+9)$ וממנו: $5(t+3)^2$.

א. $6b^2+12b+6$ ב. $2n^2+16n+32$ ג. $5c^2-100c+500$ ד. $64+32t+4t^2$

ה. $2d^2-50$ ו. $10t^2-90$ ז. $16-4k^2$ ח. $32-18c^2$

4. פרקו את הביטויים הבאים לגורמים בעזרת נוסחאות הכפל המקוצר ומצאו את x:

א. $(x-5)^2+(x+3)^2=2x^2$ ב. $(x-2)(x+2)+28=(x+4)^2$

תשובות: 1) א. a^2+6a+9. **ב.** $x^2+8x+16$. **ג.** $b^2+10b+25$. **ד.** t^2+4t+4. **ה.** n^2-1.
ו. a^2-36. **ז.** $4-k^2$. **ח.** y^2-9. **ט.** $3n^2-12$. **י.** $-m^2+9$. **יא.** $72-2a^2$. **יב.** $75-3b^2$.
2) א. $(m+1)^2$. **ב.** $(y+5)^2$. **ג.** $(t+3)^2$. **ד.** $(n+4)^2$. **ה.** $(x+5)(x-5)$. **ו.** $(t+4)(t-4)$.
ז. $(2+y)(2-y)$. **ח.** $(10+3c)(10-3c)$. **3) א.** $6(b+1)^2$. **ב.** $2(n+4)^2$. **ג.** $5(c-10)^2$. **ד.** $4(4+t)^2$.
ה. $2(d+5)(d-5)$. **ו.** $10(t+3)(t-3)$. **ז.** $4(2+k)(2-k)$. **ח.** $2(4+3c)(4-3c)$.
4) א. $x=8.5$. **ב.** $x=1$.

פירוק הטרינום

טרינום הוא ביטוי ריבועי המורכב מ-3 חלקים וצורתו: x^2+bx+c.

מטרתו של פירוק הטרינום הוא להביא את הביטוי לצורת המכפלה: $(x+x_1)\cdot(x+x_2)$.

לשם כך, עלינו למצוא שני מספרים x_1 ו- x_1 ש**מכפלתם** היא c ו**סכומם** הוא b.

תחילה, נמצא צמדי מספרים שמכפלתם c. מבין הצמדים האלו נבחר את הצמד שסכומו b.

לדוגמה, בטרינום $x^2+8x+12$ נראה כי $c=12$, $b=8$. בכדי לפרק את הטרינום, תחילה נמצא את צמדי המספרים שמכפלתם 12. מתקבלים הצמדים: 1, 12 2, 6 3, 4 1-, 12- 2-, 6- 3-, 4-.

הצמד היחיד שסכומו 8 הוא: 2, 6. בהתאם, פירוק הטרינום למכפלה יהיה: $(x+2)\cdot(x+6)$.

1. פרקו את הביטויים הבאים בעזרת פירוק הטרינום:

א. x^2+5x+4 ב. b^2-4b+3 ג. m^2+5m+6 ד. y^2-5y+6

ה. a^2+5a+6 ו. $x^2-4x-32$ ז. k^2-3k+2 ח. $b^2+10b-24$

2. בסעיפים הבאים הוציאו גורם משותף ולאחר מכן פרקו את הביטוי בעזרת פירוק הטרינום:

א. $2k^2+14k-60$ ב. $2m^2+20m+32$ ג. $3x^2-18x+24$

ד. p^3-10p^2+16p ה. m^3-7m^2-18m ו. $3b^3+6b^2-72b$

תשובות:

1) א. $(x+1)(x+4)$. **ב.** $(b-1)(b-3)$. **ג.** $(m+2)(m+3)$. **ד.** $(y-2)(y-3)$.

ה. $(a+3)(a+2)$. **ו.** $(x-8)(x+4)$. **ז.** $(k-2)(k-1)$. **ח.** $(b-2)(b+12)$.

2) א. $2(k+10)(k-3)$. **ב.** $2(m+2)(m+8)$. **ג.** $3(x-2)(x-4)$.

ד. $p(p-2)(p-8)$. **ה.** $m(m+2)(m-9)$. **ו.** $3b(b-4)(b+6)$.

שברים אלגבריים

1. צמצמו את הביטויים הבאים באמצעות פירוק לגורמים בעזרת הטרינום ונוסחאות הכפל המקוצר:

א. $\frac{a^2-a}{a-1}$ ב. $\frac{m^2+m}{m^2-1}$ ג. $\frac{m^2+4m}{m^2+8m+16}$ ד. $\frac{k^2+4k+4}{3k+6}$

2. חברו וחסרו את השברים הבאים. צמצמו את התוצאה ככל הניתן:

א. $\frac{y}{2}+\frac{y}{3}$ ב. $\frac{a}{2}-\frac{a}{7}$ ג. $\frac{d}{4}-\frac{d}{5}+\frac{d}{20}$

3. חברו או חסרו את השברים הבאים. צמצמו את התוצאה ככל הניתן:

א. $\frac{2}{a}+\frac{3}{2a}$ ב. $\frac{5}{3t}+\frac{3}{t}$ ג. $\frac{3}{2x}-\frac{4}{3x}$ ד. $\frac{2}{5x}-\frac{3}{10x}$

4. הכפילו או חלקו את השברים הבאים. צמצמו את התוצאה ככל הניתן:

א. $\frac{a}{3}\cdot\frac{30}{5a}$ ב. $\frac{3b^2}{2}\cdot\frac{4b}{6b}$ ג. $\frac{9k^2}{2k}\cdot\frac{4k^3}{3k}$

ד. $\frac{a+5}{3}\cdot\frac{30}{2a+10}$ ה. $\frac{x^2+5x}{x}\cdot\frac{x^2}{3x+15}$ ו. $\frac{p^2-4}{p+2}\cdot\frac{p+3}{p-2}$

תשובות:

1) א. a. **ב.** $\frac{m}{m-1}$. **ג.** $\frac{m}{m+4}$. **ד.** $\frac{k+2}{3}$.

2) א. $\frac{5y}{6}$. **ב.** $\frac{5a}{14}$. **ג.** $\frac{d}{10}$.

3) א. $\frac{7}{2a}$. **ב.** $\frac{14}{3t}$. **ג.** $\frac{1}{6x}$. **ד.** $\frac{1}{10x}$.

4) א. 2. **ב.** b^2. **ג.** $6k^3$. **ד.** 5. **ה.** $\frac{x^2}{3}$. **ו.** $p+3$.

המשוואה הריבועית

תזכורת! נוסחת השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

1. פתרו את המשוואות הבאות:

א. $(x-4)(x-3) = 2x-6$

ב. $x^2 - 2x + 6 = x(2x-7)$

ג. $3(x-4)(x-3) = x^2 - 9$

ד. $(x+4)(x+2) = (2x+4)(x+7)$

2. פתרו את המשוואות הבאות:

א. $\frac{1}{x} + \frac{3}{x+2} = 2$

ב. $\frac{8}{x^2} + \frac{2}{x} = 1$

ג. $\frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+2} = 2$

ד. $\frac{x+10}{3x} = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$

ה. $\frac{3}{x+3} + \frac{4}{x-2} = \frac{6}{(x+3)(x-2)}$

ו. $\frac{x+1}{2x-3} - \frac{3x+1}{2x+3} = \frac{4x+6}{4x^2-9}$

ז. $\frac{2x+4}{x} + \frac{x+4}{x-1} = \frac{2x+16}{x^2-x}$

ח. $\frac{2x-2}{x+2} = \frac{5x+16}{x^2-x-6} + \frac{5}{3-x}$

תשובות:

1) א. 3,6. **ב.** 1-, 6. **ג.** 3, 7.5. **ד.** 2-, 10-.

2) א. 1, 1-. **ב.** 4, 2-. **ג.** 2.5-, 0. **ד.** 2, $-1\frac{1}{3}$. **ה.** 0. **ו.** 0, 2. **ז.** 2, $-3\frac{1}{3}$. **ח.** 0, 4.

מערכת משוואות

ממעלה ראשונה

1. פתרו את המערכות הבאות וכתבו את הפתרון בתור זוג סדור (x,y) :

א. $\begin{cases} y=2x+5 \\ y=x+9 \end{cases}$ ב. $\begin{cases} y=7-5x \\ y=x+19 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} y=-8x+14 \\ y=7-x \end{cases}$

ד. $\begin{cases} y=-5x-9 \\ y=-9x-8 \end{cases}$ ה. $\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=4 \end{cases}$ ו. $\begin{cases} 3x+y=5 \\ 6x-y=4 \end{cases}$

תשובות:

1) א. $(4,13)$. **ב.** $(-2,17)$. **ג.** $(1,6)$. **ד.** $(0.25,-10.25)$. **ה.** $(6,2)$. **ו.** $(1,2)$.

מערכת משוואות ממעלה שנייה

2. פתרו את המערכות הבאות וכתבו את הפתרון בתור זוג סדור (x,y) :

א. $\begin{cases} y=x^2 \\ y=3x \end{cases}$ ב. $\begin{cases} y=11-x \\ y=2x^2+1 \end{cases}$ ג. $\begin{cases} y=x^2+3x+8 \\ y=2x^2+8x+2 \end{cases}$

ד. $\begin{cases} x^2-2x+3=y \\ x+2y=5 \end{cases}$ ה. $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ 3x+y=9 \end{cases}$ ו. $\begin{cases} x^2+y=7 \\ 2y=3x^2-6 \end{cases}$

תשובות:

2) א. $(0,0)$, $(3,9)$. **ב.** $(2,9)$, $(-2.5,13.5)$. **ג.** $(1,12)$, $(-6,26)$.

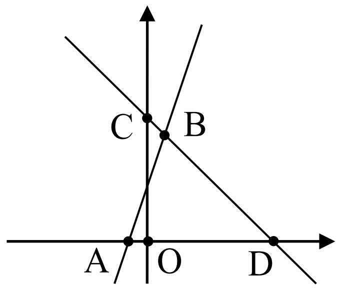
ד. $(1,2)$, $(0.5,2.25)$. **ה.** $(4,-3)$, $(1.4,4.8)$. **ו.** $(2,3)$, $(-2,3)$.

הפונקציה הקווית

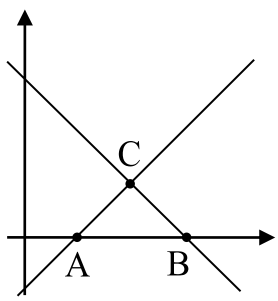
שיפוע הישר העובר דרך הנקודות (x_1,y_1) ו-(x_2,y_2) הוא: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$.

משוואת הישר ששיפועו m אשר עובר בנקודה (x_1,y_1) היא: $y-y_1=m\cdot(x-x_1)$.

כאשר שני ישרים מקבילים, אז שיפועיהם שווים: $m_1=m_2$.

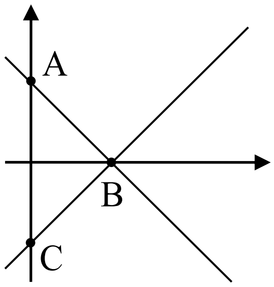


1. הגרפים של הפונקציות הקוויות $f(x)=3x+9$ ו: $g(x)=-x+13$
נחתכים בנקודה B.
א. על הגרף של איזו פונקציה מונח הקטע AB? הסבירו.
ב. איזו משתי הפונקציות עולה?
ג. מצאו את שיעורי הנקודות שבהן הגרפים נחתכים עם הצירים:
A(___,___) , C(___,___) , D(___,___).
ד. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.



2. לפניכם הגרפים של הפונקציות הקוויות $g(x)=x-5$ ו: $f(x)=-x+15$.
א. על הגרף של איזו פונקציה מונח הקטע AC? הסבירו.
ב. חשבו את אורך הקטע AB.
ג. חשבו את המרחק של הנקודה C מציר ה-x.
ד. חשבו את שטח המשולש ΔABC.
ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.
ו. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.
ז. השלימו את הסימן המתאים > , =, < במשבצת כך שתתקבל טענה נכונה:

i. $f(1)\ \boxed{}\ g(1)$ ii. $f(10)\ \boxed{}\ g(-2)$



3. שני ישרים נחתכים בנקודה B על ציר ה-x.

משוואת הישר שעליו מונח הקטע AB היא $y=-x+3$.

שיפוע הישר שעליו מונח הקטע BC הוא 1.

א. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ב. מצאו את משוואת הישר BC.

ג. חשבו את שטח המשולש ΔABC .

ד. היעזרו בחפיפת משולשים והסבירו מדוע: $\sphericalangle CAB=\sphericalangle ACB$.

תשובות:

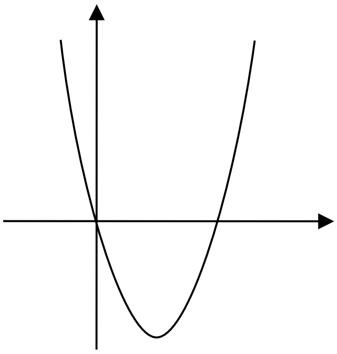
1) א. $f(x)$. **ב.** $f(x)$. **ג.** $A(-3,0)$, $C(0,13)$, $D(13,0)$. **ד.** חיוביות: $-3<x$; שליליות: $x<-3$.

2) א. $g(x)$. **ב.** 10 יח'. **ג.** 5 יח'. **ד.** 25 יח"ר. **ה.** חיוביות: $x<15$; שליליות: $15<x$.

ו. חיוביות: $5<x$; שליליות: $x<5$. **ז. i.** >. **ii.** <.

3) א. $B(3,0)$. **ב.** $y=x-3$. **ג.** 9 יח"ר.

הפונקציה הריבועית



1. לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x)=x^2-4x$. השלימו:

א. הגרף חותך את ציר ה-x בנקודות: (___ , ___) , (___ , ___).

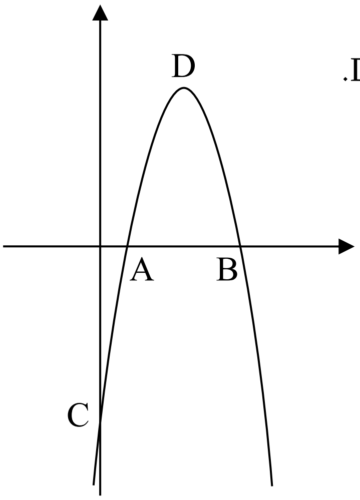
ב. שיעור ה-x של קודקוד הפרבולה הוא: ________.

ג. שיעור ה-y של קודקוד הפרבולה הוא: ________.

ד. הפונקציה $f(x)$ חיובית בתחום: ___________

ושלילית בתחום: ___________.

ה. הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום: ___________ ויורדת בתחום: ___________.



2. לפניכם גרף הפונקציה הריבועית $f(x)=-x^2+8x-15$ שקודקודה בנקודה D.

א. השלימו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים:

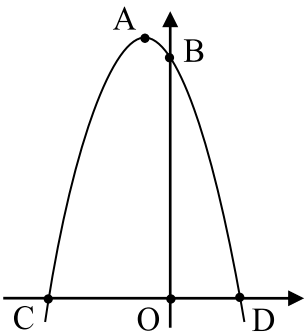
A (___ , ___) , B (___ , ___) , C (___ , ___)

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ג. בתחום: $x<3$ הפונקציה $f(x)$:

i. חיובית ועולה. ii. שלילית ועולה.

iii. חיובית ויורדת. iv. שלילית ויורדת.



3. נתונה הפרבולה $f(x)=-x^2-2x+15$ שקודקודה A.

הפרבולה חותכת את הצירים בנקודות B, C ו-D כמתואר בשרטוט.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C ו-D.

ב. חשבו את אורך הקטע CD.

ג. חשבו את שטח המשולש ΔACO.

ד. העבירו על גבי השרטוט את הישר BC.

מצאו את משוואת הישר העובר בנקודה D ומקביל לישר BC.

ה. מצאו באיזה תחום הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית.

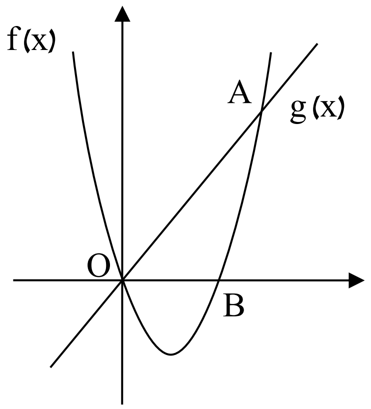
תשובות:

1) א. (0,0) , (4,0). **ב.** 2. **ג.** -4. **ד.** חיובית: $4<x$ או $x<0$; שלילית: $0<x<4$.

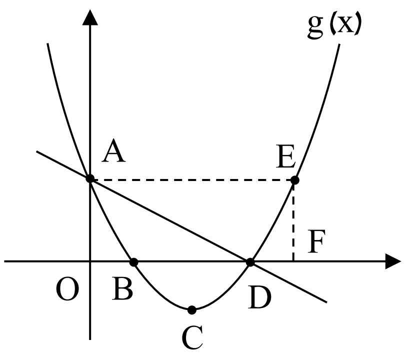
ה. עולה: $2<x$; יורדת: $x<2$. **2) א.** $A(3,0)$, $B(5,0)$, $C(0,-15)$. **ב.** $D(4,1)$. **ג.** ii.

3) א. $A(-1,16)$, $B(0,15)$, $C(-5,0)$, $D(3,0)$. **ב.** 8 יח'. **ג.** 40 יח"ר. **ד.** $y=3x-9$. **ה.** $-1<x<3$.

שאלות הכוללות חיתוכים בין פרבולה וישר ובין פרבולות



1. הפרבולה $f(x)=x^2-3x$ חותכת את ציר ה-x בנקודה B ובראשית הצירים O. הישר $g(x)$ עובר בנקודה O וחותך את הפרבולה בנקודה A ששיעור ה-x שלה הוא 5.
   א. מצאו את שיעור ה-y של הנקודה A.
   ב. מצאו את משוואת הישר $g(x)$.
   ג. חשבו את שטח המשולש ΔABO.
   ד. הקיפו את הטענות הנכונות:
   i. $g(2)<f(2)$ ii. $g(-2)<f(-2)$ iii. $f(-1)\cdot g(-1)<0$



2. הישר $y=-x+7$ והפרבולה: $g(x)=x^2-8x+7$ שקודקודה בנקודה C, חותכים את הצירים בנקודות A, B ו-D כמתואר בשרטוט. הישרים AE ו-EF מקבילים לצירים.
   א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D, E ו-F.
   ב. חשבו את אורכי הקטעים AD ו-AF.
   ג. קבעו אם הישרים BC ו-CD מאונכים זה לזה. נמקו.
   ד. חשבו את שטח המשולש ΔABD.
   ה. מצאו עבור אילו ערכי k נחתכים גרף הפרבולה $g(x)$ והישר $y=k$ בשתי נקודות שונות.

תשובות:

1) א. $y_A=10$. **ב.** $g(x)=2x$. **ג.** 15 יח"ר. **ד.** ii, iii.

2) א. $A(0,7), B(1,0), C(4,-9), D(7,0)$ $E(8,7), F(8,0)$. **ב.** $AF=$ 10.63 יח' , $AD=$ 9.9 יח'.

ג. אינם מאונכים. מכפלת השיפועים אינה 1-. **ד.** 21 יח"ר. **ה.** $-9<k$.

