

שם: _____ כיתה: _____

עבודת קיץ במתמטיקה לבוגרי כיתה ח' – מקבץ מצוינות

בתחילת שנת תשפ"ז, תחילת כיתה ט' ייערך מבחן במתמטיקה שיכלול את הנושאים שנלמדו במהלך השנה:

תחום מספרי	יחס אחוזים
תחום אלגברי	מבוא לפונקציות: שיפוע, הפונקציה הקווית ייצוגים שונים לפונקציה נקודות החיתוך של ישר עם הצירים מציאת משוואת הישר ישרים מקבילים לצירים אי שוויון אלגברי פתרון גרפי של אי שוויון משוואות ואי שוויונות עם מכנה מספרי משוואות ואי שוויונות עם נעלם במכנה מערכת משוואות – פתרון גרפי, פתרון אלגברי, פתרון בשיטת ההצבה שאלות מילוליות
תחום גיאומטרי	חפיפת משולשים + הוכחה של חפיפת משולשים תיכון במשולש משולש שווה שוקיים + הוכחות משפט פיתגורס שטחים והיקפים במערכת צירים דמיון משולשים

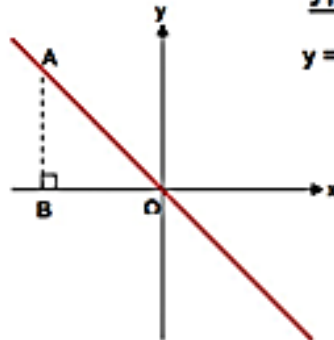
הנחיות להגשת העבודה:

1. חובה להגיש את העבודה.
2. העבודה תוגש בכתב יד קריא, ברור ומסודר.
3. את פתרון העבודה יש להציג לפי סדר השאלות באופן כרונולוגי.
4. יש להציג את כל שלבי הפתרון, הצגת תרגילים, טענה ונימוק וכו'.
5. יש לענות בדפדפת משבצות בלבד, ולהגיש את העבודה בקלסר שקוף ללא ניילונים.
6. יש לכתוב שם וכיתה.
7. העבודה תוגש בשבוע הראשון של שנת תשפ"ז והיא תשוקלל בציוני מחצית א'.

בברכת חופשה נעימה,

צוות מתמטיקה.

הפונקציה הקווית



1. במערכת הצירים שלפניכם מסורטט גרף הפונקציה $y = -x$.
(לשני הצירים אותו קנה מידה.)

בנקודה $A(-4, 4)$ הורידו אנך לציר ה- x .
מה השטח של משולש OAB ?

2. א. מה שיפוע הגרף של פונקציה קווית, מהצורה $y = mx$, העובר דרך הנקודות $(5, 10)$ ו- $(9, 18)$?

2. כתבו את הייצוג האלגברי של הפונקציה, האם הפונקציה עולה או יורדת?

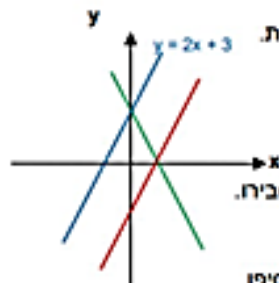
3. האם הנקודה $(-12, -6)$ נמצאת על גרף הפונקציה? הסבירו.

3. נתונה הפונקציה $y = -2x + 3$.

בכל סעיף השלימו ערכים מתאימים לפונקציה $y = \text{ } x + \text{ }$ כך ש:

1. תתקבל פונקציה שהגרף שלה מקביל לגרף של הפונקציה הנתונה.

2. תתקבל פונקציה שהגרף שלה מקביל לגרף של הפונקציה הנתונה, והיא חותכת את ציר ה- y בנקודה נמוכה יותר.



4. במערכת הצירים מסורטטים גרפים של שלוש פונקציות קוויות.
ליד הישר הכחול רשום הייצוג האלגברי של הפונקציה.

1. לאיזה משני הישרים, האדום או הירוק, מתאים הייצוג האלגברי $y = -2x + 3$? הסבירו.

2. איזה מהייצוגים הבאים יכול להתאים לגרף האחר? הסבירו.
1) $y = 2x - 3$ 2) $y = -2x - 3$

3. סרטטו מערכת צירים משלכם, העתיקו את הגרפים והוסיפו, ביד חופשית, סרטוט של גרף הפונקציה השנייה.

5. איזה מהישרים הבאים מקביל לישר העובר דרך הנקודות $(12, 5)$, $(8, 3)$?

1) $y = 2x + 7$ 2) $y = -2x + 7$ 3) $y = \frac{1}{2}x + 7$ 4) $y = -\frac{1}{2}x + 7$

6. נתונה הפונקציה: $y = -3x + 6$.

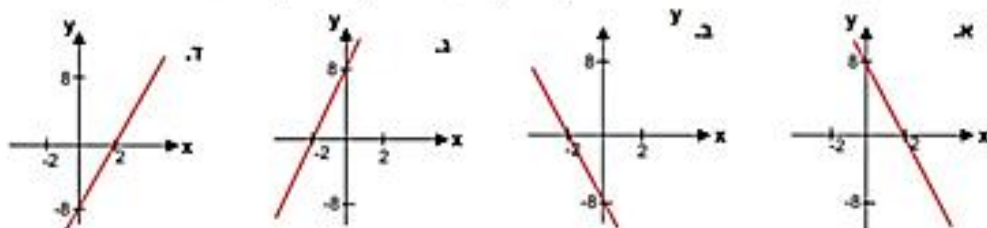
1. סרטטו במערכת צירים את הגרף של הפונקציה.
2. מצאו את נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה- x .
3. באיזה תחום הפונקציה חיובית, ובאיזה תחום היא שלילית?

7. נתונים גרפים של 4 פונקציות קוויות מהצורה: $y = 4x + 8$.

הסימן של המקדם של x מכוסה בצהוב.

פעולת החשבון שלפני המספר 8 מכוסה בכחול.

בכל סעיף, השלימו לפי התרשים של גרף הפונקציה, את הסימן של המקדם ואת הפעולה.



10. בכל סעיף נתונות שתי פונקציות.

מצאו בדרך גרפית עבור אילו ערכים של x הערכים של הפונקציה y_1 גדולים מהערכים של

הפונקציה y_2 .

- 1) $y_1 = 2x - 2$, $y_2 = x - 2$ 2) $y_1 = 4x - 2$, $y_2 = -3x + 5$ 3) $y_1 = -x + 4$, $y_2 = -2x + 6$

11.

בשרטוט הגרפים של הפונקציות $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ ו- $g(x) = 4 - x$.

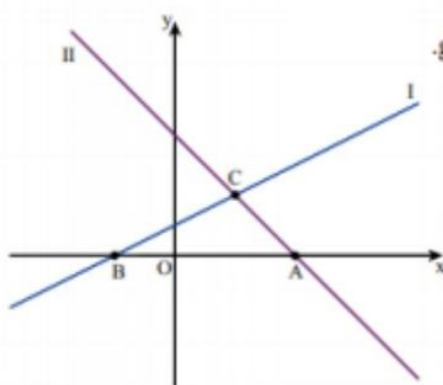
א. התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה. הסבירו.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C.

ג. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$?

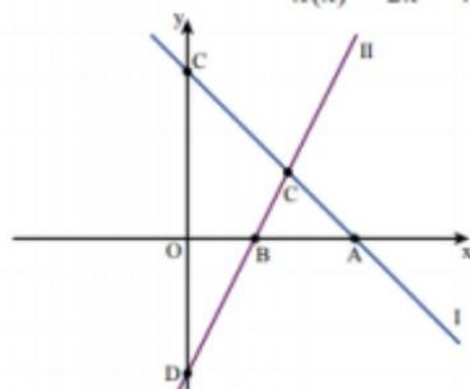
ד. עבור אילו ערכים של x מתקיים $g(x) > 0$?

ה. עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > g(x)$?



12.

הישרים בשרטוט הם הגרפים של הפונקציות $f(x) = 2x - 4$, $g(x) = -x + 5$.

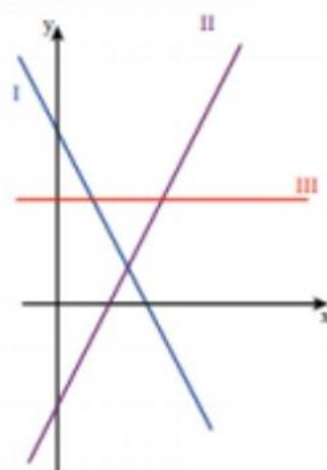


- התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה. הסבירו.
- מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C , D , E.
- מצאו את אורכי הקטעים AB ו-CD.
- חשבו את שטח המשולש $\triangle ABE$.
- חשבו את שטח המשולש $\triangle CDE$.
- חשבו את שטח המרובע OBEC.

13.

בשרטוט הגרפים של שלוש פונקציות קוויות:

$$h(x) = 3 \quad g(x) = 5 - 2x \quad f(x) = 2x - 3$$



- התאימו גרף לכל פונקציה. הסבירו.
- מצאו את שיעורי הנקודה שבה $f(x) = g(x)$.
באיזה תחום מתקיים $f(x) > g(x)$?
- מצאו את שיעורי הנקודה שבה $f(x) = h(x)$.
באיזה תחום מתקיים $f(x) > h(x)$?
- מצאו את שיעורי הנקודה שבה $g(x) = h(x)$.
באיזה תחום מתקיים $g(x) > h(x)$?

14.

בכל סעיף חשבו את שיעורי נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות.

- | | | |
|-------------------|---------------------------|--------------------------------|
| א. $f(x) = x + 2$ | ב. $f(x) = 3(x + 2) - 4x$ | ג. $f(x) = 2(x - 1) + 10 - 2x$ |
| $g(x) = -2x - 1$ | $g(x) = 4x - 3(x + 1)$ | $g(x) = 8x - 5(x + 2)$ |

משוואות, אי שוויוניים ושאלות מילוליות

שאלה 1

פתרו את המשוואות הבאות.

$2(x+5)+4(x-1)=6$	(ב)	$8(4-x)+9(x+4)=10$	(א)
$6(x+2)-5(x+1)=10$	(ד)	$7(x+7)-5(x+5)=4$	(ג)
$4(2x-1)-(3x+4)=2$	(ו)	$10(x-1)-3(x+2)=5$	(ה)

שאלה 2

פתרו את המשוואות הבאות.

$7(x-2)+(x-3) \cdot (-10)=5(x-8)$	(א)
$-3(-8+4x)-1-7(5-3x)=x$	(ב)
$15-(7-x) \cdot 6-12x=15(-x+2)$	(ג)

שאלה 3

פתרו את המשוואות הבאות.

$\frac{3-x}{3}-x=5$	(ב)	$-6=\frac{2-x}{3}$	(א)
$\frac{3x}{8}-2=\frac{x}{16}+\frac{1}{2}$	(ד)	$x-\frac{x}{2}=3x-45$	(ג)
$\frac{x+7}{3}-\frac{x-1}{2}=-2-5x$	(ו)	$\frac{3x+8}{2}-4x=\frac{x-5}{3}$	(ה)
$2-\frac{2x-1}{3}+x=7-\frac{5+2x}{5}$	(ח)	$\frac{4x+5}{3}-2x=\frac{5-3x}{4}$	(ז)

שאלה 4

רשמו את תחום ההצבה לכל אחת מהמשוואות ופתרו אותן.

$\frac{1}{y}=\frac{2}{y+3}$	(ב)	$\frac{x}{x-4}=6$	(א)
$\frac{4}{5}+\frac{3}{x}=1$	(ד)	$\frac{2}{x}-\frac{3}{x-2}=0$	(ג)
$\frac{3-x}{4x-3}=\frac{1}{5}$	(ו)	$\frac{2}{x-1}+\frac{6}{x-1}=0$	(ה)

שאלה 5

(פתרו את האי-שוויונות הבאים :

(א)	$\frac{-x}{7} < -7$	(ב)	$-10 + 3x > 1$
(ג)	$-4(2x + 6) \leq -9x + 4$	(ד)	$-x - 8x > -2x - 14$
(ה)	$\frac{-5x + 3}{-4} < -3$	(ו)	$1 - 2\left(x + 4\frac{1}{2}\right) > 2 - 4x$

שאלה 6

בבחינה יש 120 שאלות.

על כל תשובה נכונה מקבלים 10 נקודות.

ועל תשובה לא נכונה מורידים 3 נקודות.

תלמיד קיבל במבחן את הציון 69 .

כמה תשובות נכונות ענה התלמיד ?

שאלה 7

בבחינה יש 120 שאלות.

על כל תשובה נכונה מקבלים 10 נקודות.

ועל תשובה לא נכונה מורידים 3 נקודות.

תלמיד קיבל במבחן את הציון 69 .

כמה תשובות נכונות ענה התלמיד ?

שאלה 8

בחידון יש שני חלקים. על כל תשובה נכונה בחלק א מקבלים 9 נקודות.

על כל תשובה נכונה בחלק ב מקבלים 12 נקודות.

בחידון 15 שאלות וניתן לצבור 153 נקודות.

כמה שאלות בכל חלק בבחינה ?

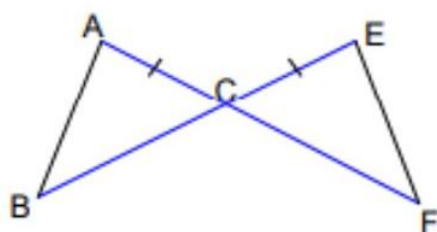
שאלה 9

נתונים שני מספרים. מספר א קטן ב- 15 ממספר ב.

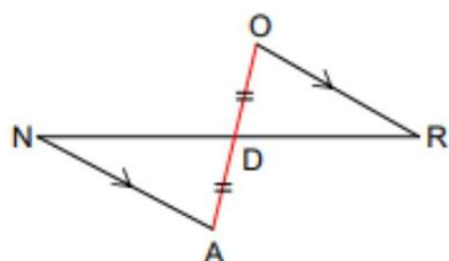
אם נחלק את המספר הגדול ב- 3 , יהיה מספר א קטן ב- 3 מהמנה שהתקבלה.

מהם המספרים ?

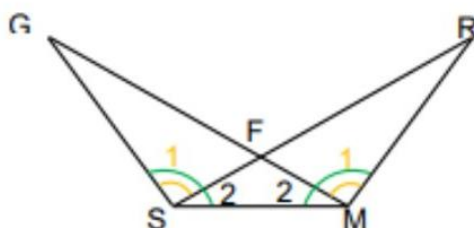
חפיפת משולשים



- 1.1. הקטעים AF ו-EB נפגשים בנקודה C.
נתון: $AF = EB = 15$ ס"מ, $AC = EC = 6$ ס"מ.
1. הראו כי: $BC = FC$.
2. הסבירו מדוע: $\triangle ACB \cong \triangle ECF$.
3. השלימו ונמקו: $\angle F = \angle ______$, $AB = ______$.

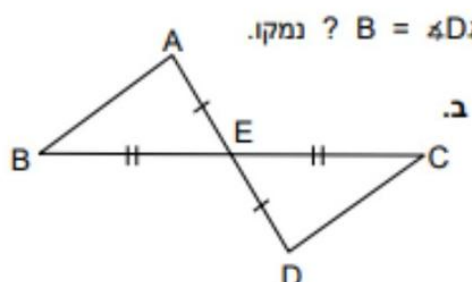


- 2.2. נתון: D - אמצע הקטע AO.
הקטעים OR ו-AN מקבילים זה לזה ($OR \parallel AN$).
1. הסבירו מדוע: $\angle O = \angle A$ ו- $\angle N = \angle R$.
2. הראו כי $\triangle DAN \cong \triangle DOR$.



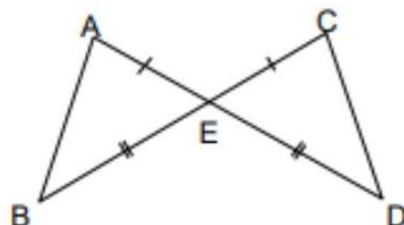
- 3.3. במשולשים $\triangle GSM$ ו- $\triangle RMS$.
נתון: $\angle GSM = \angle RMS$ ו- $\angle S_1 = \angle M_1$.
1. הראו ש- $\angle S_2 = \angle M_2$.
2. הראו ש- $\triangle GSM \cong \triangle RMS$.

4. לפניכם שני סרטוטים. הנתונים כתובים מתחת לסרטוטים.

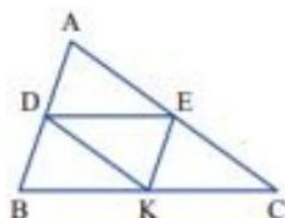


נתון: $BE = CE$, $AE = DE$

באיזה מהסרטוטים אפשר להסיק כי



נתון: $BE = DE$, $AE = CE$



נתון: $DE \parallel BC$

$DK \parallel AC$

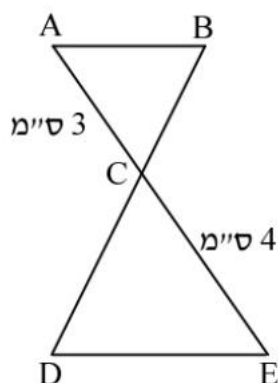
$EK \parallel AB$

א. הוכיחו כי 4 המשולשים הקטנים חופפים.

ב. מה אפשר להסיק לגבי מיקומן של הנקודות D, E, K?

דמיון משולשים

שאלה 1



בסרטוט שלפניכם $\triangle ABC \sim \triangle EDC$.

$AC = 3$ ס"מ , $CE = 4$ ס"מ .

(א) מהו יחס הדמיון?

(ב) נתון כי אורך BD הוא 14 ס"מ.

חשבו את אורכי הקטעים BC , CD .

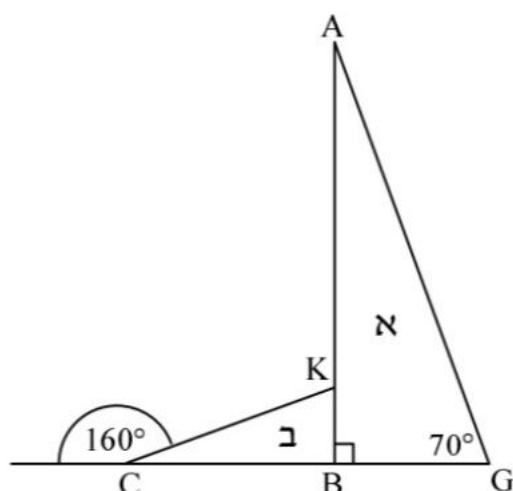
מציאו: סמנו את BC ב- x .

(ג) היקף $\triangle CDE$ הוא 18 ס"מ.

(i) חשבו את אורך הצלע DE .

(ii) חשבו את אורך הצלע AB .

שאלה 2



(א) הסבירו מדוע המשולשים בסרטוט משמאל דומים.

(ב) רשמו את הדמיון בין המשולשים.

(ג) רשמו את היחס בין הצלעות המתאימות של המשולשים הדומים.

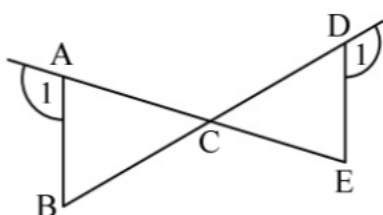
(ד) נתון כי יחס הדמיון בין משולש א למשולש ב הוא 2 .

ונתון: $AB = 14$ ס"מ ,

$BK = 2$ ס"מ .

חשבו את אורכי הצלעות: BG , CB .

שאלה 3



בסרטוט לפניכם AE ו- BD נחתכים בנקודה C . נתון: $\angle A_1 = \angle D_1$ (ראו סרטוט).

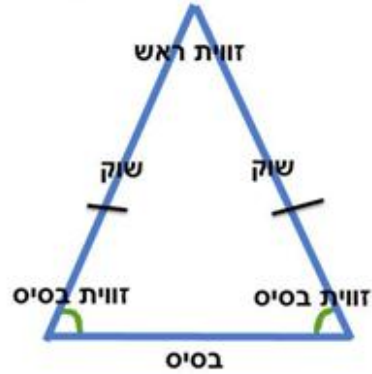
האם $\triangle ACB \sim \triangle DCE$? נמקו את תשובתכם.

משולש שווה שוקיים סיכום

מונחים במשולש שווה שוקיים:

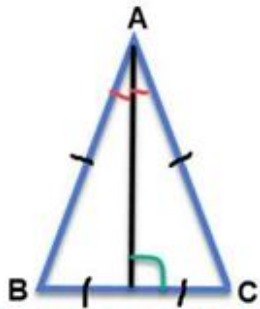
- שוקיים – שתי הצלעות השוות.
- בסיס – הצלע השלישית.
- זוויות הבסיס – שתי הזוויות שהבסיס יוצר עם השוקיים.
- זוויות הראש – הזווית שנוצרת על ידי שתי השוקיים.

מונחים במשולש שווה שוקיים

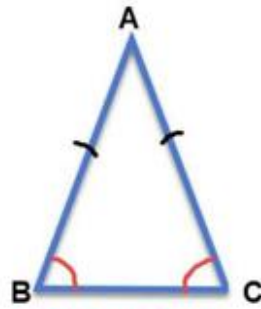


תכונות משולש שווה שוקיים:

1. השוקיים שוות זו לזו.
2. זוויות הבסיס שוות זו לזו.
3. התיכון הגובה וחוצה זווית לבסיס המשולש מתלכדים.



תיכון / חוצה זווית / גובה
לבסיס מתלכדים



זוויות בסיס שוות

קווים מיוחדים במשולש



ישר במשולש המחבר בין קודקוד ובין אמצע הצלע שממול נקרא **תיכון** של המשולש.

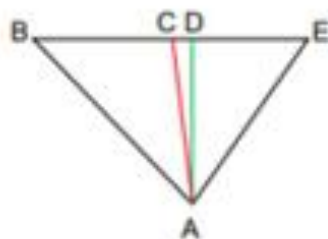


מסקנה: תיכון במשולש מחלק את המשולש לשני משולשים שווי שטח.



ישר המחלק זווית לשתי זוויות שוות נקרא **חוצה זווית**.

תיכון במשולש



1. במשולש $\triangle BEA$ נתון:

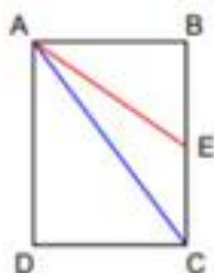
$AD, BE \perp AD, BC = EC = 5 \text{ ס"מ}, AD = 6 \text{ ס"מ}$

1. איזה קטע בסרטוט הוא גובה של $\triangle ABE$?

2. מהו השטח של $\triangle ABE$?

3. איזה קטע בסרטוט הוא תיכון של $\triangle ABE$?

4. מהו השטח של $\triangle ACE$?

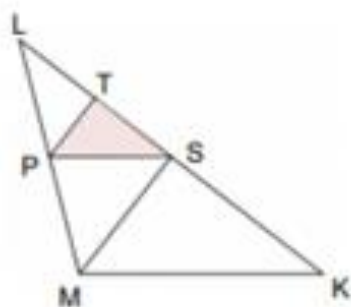


2. בסרטוט שלפניכם מלבן ABCD. AC מלבן AC. אלכסון במלבן.

AE תיכון במשולש $\triangle ABC$.

1. מה היחס בין שטחי המשולשים $\triangle ABE$ ו- $\triangle ADC$?

2. איזה חלק משטח המלבן מהווה משולש $\triangle AEC$?



3. במשולש $\triangle LMK$ נתון:

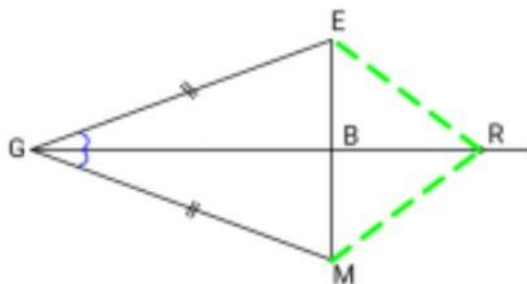
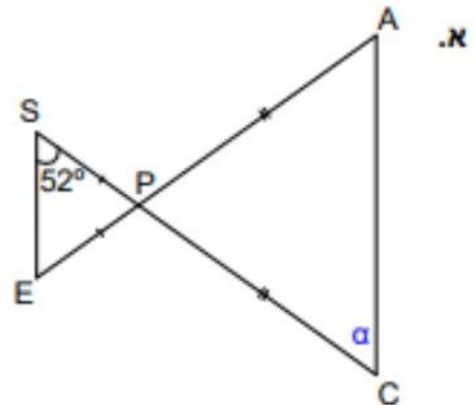
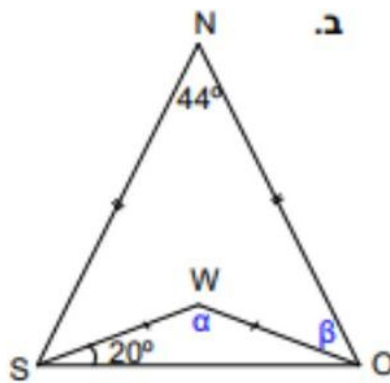
$SK = 2LT = LS, PM = LP$

שטח המשולש $\triangle TPS$ הוא 4 סמ"ר.

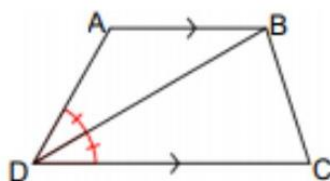
מהו שטח המשולש $\triangle LMK$?

משולש שווה שוקיים

1. בכל אחד מהסרטוטים שלפניכם חשבו את מידת הזוויות המסומנות באותיות.

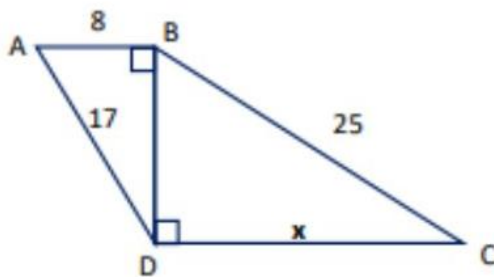


- 2.
- $\triangle GEM$ הוא משולש שווה-שוקיים.
 GB - חוצה-זווית הראש.
 R היא נקודה כלשהי על המשך הקטע GB.
 הראו כי $\triangle ERM$ הוא שווה-שוקיים.

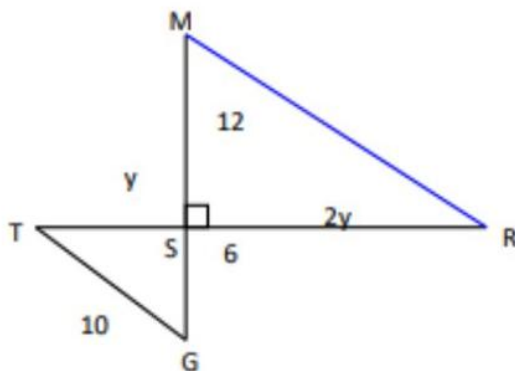


- 3.
- ABCD טרפז (DB). $\angle B = 60^\circ$. חוצה את הזווית $\angle D$.
 1. הראו כי המשולש $\triangle ADB$ שווה-שוקיים.
 2. האם ניתן להגיע למסקנה שהמשולש $\triangle ADB$ שווה-שוקיים גם מבלי לדעת את מידת הזווית $\angle B$? הסבירו.

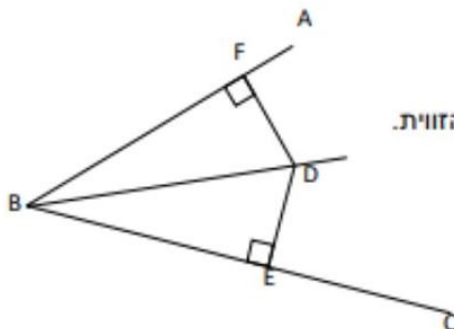
משפט פיתגורס



1. המרובע ABCD מורכב משני משולשים הישרי-זווית $\triangle ABD$ ו- $\triangle BDC$.
 1. מצאו את אורך DC.
 2. מצאו את היקף המרובע ABCD.
 3. מצאו את שטח המרובע ABCD.



2. לפיכך זוג משולשים ישרי-זווית. נתון: $TG \parallel MR$.
 1. הסבירו מדוע המשולשים דומים זה לזה ורשמו את הדמיון בהתאמה.
 2. חשבו את אורך MR.
 3. הראו על-ידי חישוב, שיחס ההיקפים של שני המשולשים שווה ליחס הדמיון.



3. נתונה זווית $\angle ABC$. מהנקודה D שבתוך הזווית מורידים אנכים FD ו- ED לשוקי הזווית. נתון: $FD = ED$.
 הסבירו מדוע BD הוא החוצה זווית של $\angle ABC$.

4. במשולש השווה-שוקיים $\triangle DEF$, אורך כל שוק הוא 25 ס"מ, ואורך הגובה לבסיס הוא 20 ס"מ.
 מצאו את אורך הגובה לשוק המשולש ואת שטח המשולש.

מערכת משוואות בשני נעלמים

פתרו את מערכות המשוואות הבאות בדרך אלגורית (בשיטת ההצבה).

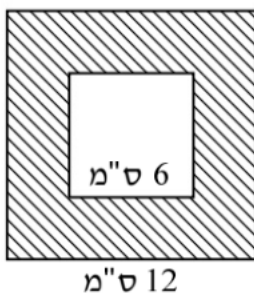
$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ y = -2 - 4x \end{cases}$ (א)	$\begin{cases} 6x - 10y = 42 \\ y = -3 \end{cases}$ (ב)	$\begin{cases} 7x + 3y = 25 \\ y = 6 \end{cases}$ (ג)
$\begin{cases} y = -x - 8 \\ y = 5x + 10 \end{cases}$ (ד)	$\begin{cases} -2x + y = 8 \\ x = 3 + 4y \end{cases}$ (ה)	$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ y = 8 - 3x \end{cases}$ (ו)
$\begin{cases} 4y = 3(y - x) \\ x = -8x - 3y \end{cases}$ (ז)	$\begin{cases} 2x = 8 - 6y \\ -2x = 2y - 12 \end{cases}$ (ח)	$\begin{cases} 2x = -8y + 34 \\ 2x = 10y - 20 \end{cases}$ (ט)

יחס

שאלה 1

- היחס בין מספר העטים בקלמר א לבין מספר העטים בקלמר ב הוא $2:7$.
- (א) אם מספר העטים בקלמר ב הוא 21, מהו מספר העטים בקלמר א?
- (ב) אם מספר העטים בקלמר א הוא 10, מהו מספר העטים בקלמר ב?
- (ג) בשני הקלמרים ביחד יש 36 עטים. מהו מספר העטים בכל קלמר?

שאלה 2



- בסרטוט נתונים שני ריבועים.
- (א) מהו היחס בין שטח הריבוע הגדול לשטח המקווקו?
- (ב) אם נגדיל את אורכי הצלעות של כל אחד מהריבועים פי 2, היחס בין שטח הריבוע הגדול לשטח המקווקו שייווצר, יישמר / ישתנה (הקיפו את התשובה הנכונה).
- (ג) אם נגדיל את אורכי הצלעות של כל אחד מהריבועים ב-2 ס"מ, היחס בין שטח הריבוע הגדול לשטח המקווקו שייווצר, יישמר / ישתנה (הקיפו את התשובה הנכונה). הסבירו את תשובתכם.

(א) 90 תלמידי שכבת כיתות ח יצאו לטיול.

הם התחלקו בין שני אוטובוסים ביחס של 4:5 .

כמה תלמידים היו בכל אוטובוס ?

(ב) באוטובוס נוסעים ילדים ומבוגרים.

היחס בין מספר הילדים למספר המבוגרים באוטובוס הוא 2:3 .

באוטובוס יש 18 מבוגרים. כמה נוסעים יש באוטובוס ?

אחוזים

שאלה 1

רשמו את השברים הבאים בכתוב אחוזים וסדרו אותם מהקטן (בשמאל) לגדול (מימין).

$$\frac{1}{3}, 0.05, \frac{17}{200}, \frac{7}{50}, 0.2, 0.001, \frac{9}{25}$$

שאלה 2

בתרגילים הבאים עברו מכתוב של אחוזים לייצוג בשברים (רשמו גם בצורת שבר פשוט וגם בצורת שבר עשרוני).

110%	(ד)	7%	(ג)	18%	(ב)	50%	(א)
0.9%	(ח)	$\frac{1}{4}\%$	(ז)	180%	(ו)	38.5%	(ה)
0.8%	(יב)	113%	(יא)	14%	(י)	230%	(ט)
9%	(טז)	104%	(טו)	22.5%	(יד)	33.5%	(יג)

שאלה 3

לינוי קנתה בחנות בגדים מסוימת, במכירת סוף עונה, 3 חולצות. כל הפריטים בחנות זו נמכרו בהנחה של 30%. מהו אחוז ההנחה שקיבלה לינוי על כל החולצות שרכשה? הסבירו תשובתכם.

שאלה 4

הוסיפו סימן מתאים ($>$, $<$ או $=$) לקבלת טענה נכונה.

- (א) 0 _____ 20% של 5
- (ב) 40% של 5 _____ 5% של 40
- (ג) 12% של 40 _____ 15% של 60
- (ד) 4% של 120 _____ 8% של 80
- (ה) 50% של 300 _____ 60% של 200

שאלה 5

- בכיתה ח 1 40 תלמידים. 40% מהם בנים.
בכיתה ח 2 30 תלמידים. 60% מהם בנים.
(א) באיזו כיתה יש יותר בנים?
(ב) מהו היחס בין מספר הבנים בכיתה ח 1 לבין מספר הבנים בכיתה ח 2?

שאלה 6

- בכיתה 30 תלמידים. 40% מתוכם בנים והשאר בנות.
(א) מהו מספר הבנות בכיתה?
(ב) האם ייתכן ש- 30% מהבנות הן בעלות צבע שיער שחור? נמקו תשובתכם.

שאלה 5

- מחירו של מוצר לאחר התייקרות של 12% הוא 56 ש"ח.
חשבו את מחיר המוצר לפני ההתייקרות.
מחירו של מוצר לאחר הוזלה של 18% הוא 246 ש"ח.
חשבו את מחיר המוצר לפני ההוזלה.

שאלה 6

- מוצר התייקר ב- 10%, ואחר-כך שוב התייקר ב- 10% ממחירו החדש.
מחירו הסופי הוא 605 ש"ח.
(א) מהו מחירו המקורי של המוצר?
(ב) חשבו את אחוז ההתייקרות הכללי של המוצר.

שאלה 7

- מוצר שמחירו ההתחלתי 40 ש"ח, הוזל ב- 20%,
ואחר-כך התייקר ב- 15% ממחירו החדש.
(א) מהו מחירו הסופי של המוצר?
(ב) מהו אחוז ההוזלה הכללי של המוצר?